

ریاضی

چھٹی جماعت کے لیے

$A = \frac{b \times a}{2}$

$A = B \times H$

$V = L \times B \times H$

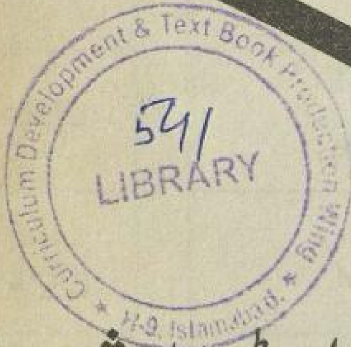
سندھ ٹیکسٹ بک بورڈ، جام شورو

آزمائشی ایڈیشن



ریاضی

چھٹی جماعت کے لیے



سندھ ٹیکسٹ بک بورڈ، جام شورو سندھ

ناشر

علم و عمل بک ڈپو

کراچی

تیار کردہ: سندھ ٹیکسٹ بک بورڈ، جام شورو، سندھ

منظور کردہ: وفاقی وزارتِ تعلیم (شعبہ نصاب) حکومت پاکستان، اسلام آباد
بطور درسی کتاب برائے مدارس صوبہ سندھ
قومی کمیٹی برائے جائزہ کتب نصاب کی تصیح شدہ

نگرانِ نظر ثانی وتدوینِ نو: مشتاق احمد۔ ایچ قریشی ، چیئرمین، سندھ ٹیکسٹ بک بورڈ

مصنفین : مڈل اسکول پروجیکٹ، ایشیائی ترقیاتی بینک، وفاقی وزارت تعلیم، اسلام آباد

نظر ثانی کردہ: سید آفاق احمد
محمد زاہد
فیاض الرحمٰن
غفار حسین شیخ
ارجن لعل ایس سدھریا
شمس الحق مغل

مدیران : ارجن لعل ایس سدھر، شمس الحق مغل

کمپوزنگ اور لے آؤٹ: رشید اینڈ سنز، کراچی

مطبع: دی سمیع سنز پرنٹرز، کراچی

فہرست

پیش لفظ

سندھ ٹیکسٹ بک بورڈ ایک ایسا تعلیمی ادارہ ہے جس کا فریضہ درسی کتب کی تیاری واشاعت ہے۔ اس کا اولین مقصد ایسی درسی کتب کی تیاری وفراہمی ہے جو نسل نو کو شعورو آگہی اور ایسی صلاحیت بخشیں جن کے ذریعے وہ اسلام کے آفاقی نظریات، بھائی چارے، اسلاف کے کارناموں اور اپنے ثقافتی ورثہ وروایات کی پاسداری کرتے ہوئے دور جدید کے نت نئے سائنسی، تکنیکی اور معاشرتی تقاضوں کا مقابلہ کر کے کامیاب زندگی گزار سکیں۔

اس اعلیٰ مقصد کی تکمیل کی غرض سے اہل علم، ماہرین مضامین، مدرسین کرام اور مخلص احباب کی ایک ٹیم ہر چہار سمت سے حاصل ہونے والی تجاویز کی روشنی میں درسی کتب کے معیار، جائزے اوران کی اصلاح کے لئے ہمارے ساتھ پیہم مصروف عمل ہے۔

ہمارے ماہرین اور اشاعتی عملے کے لئے اپنے مطلوبہ مقاصد کا حصول اسی صورت میں ممکن ہے کہ ان کتب سے اساتذہ کرام اور طلبہ وطالبات کماحقہٗ استفادہ کریں، علاوہ ازیں ان کی تجاویز و آراء ان کتب کے معیار کو مزید بہتر بنانے میں ہمارے لئے ممدو معاون ثابت ہوں گی۔

مشتاق احمد۔ ایچ قریشی

چیئرمین

سندھ ٹیکسٹ بک بورڈ، جام شورو سندھ

بسم اللہ الرحمن الرحیم



کسور

1.1 تعارف

آیئے! آپ کو کسور کی تاریخ بتاتے ہیں: پرانے زمانے میں یونانیوں کے ہاں کسور کو الفاظ میں لکھا جاتا تھا، مثلاً ایک ساتواں یا دو پانچویں وغیرہ۔ ہندوستانیوں نے کسور کے لیے شمار کنندہ اور نسب نما کو اوپر نیچے لکھنا شروع کیا۔ بارھویں صدی عیسوی میں عربوں میں الحصر نامی پہلا شخص تھا جس نے کسور کے لیے بتایا کہ ایک افقی خط کے اوپر شمار کنندہ اور نیچے نسب نما لکھا جائے۔ پندرھویں صدی میں کسور نے وہ صورت اختیار کر لی تھی جو آج بھی رائج ہے، مثلاً آدھے کے لیے $\frac{1}{2}$ لکھا جانے لگا۔ ریاضی میں کسور کا تصور بہت اہم ہے۔ عام زندگی میں بھی کسور کا استعمال بہت زیادہ ہوتا ہے۔ اس باب میں ہم کسور کے متعلق مزید تصورات سیکھیں گے۔

آپ پچھلی جماعتوں میں کسور کے متعلق بہت کچھ سیکھ چکے ہیں۔ اس یونٹ میں ہم مندرجہ ذیل عنوانات کا مطالعہ کریں گے۔

1۔ پچھلی جماعت میں کیے گئے کام کا اعادہ
2۔ ضرب کی خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع وتفریق
3۔ تقسیمی خاصیت کی مدد سے کسور عام و کسور اعشاریہ کو مختصر کرنا
4۔ کسور عام و کسور اعشاریہ میں خطوط وحدانی کا استعمال
5۔ روزمرہ زندگی سے متعلق کسور عام و کسور اعشاریہ پر مبنی عبارتی سوالات

آیئے پہلے سیکھے گئے تصورات کا مشق کے ذریعہ اعادہ کرتے ہیں۔

مشق 1.1

1۔ مندرجہ ذیل میں سے واجب، غیر واجب اور مخلوط کسور الگ الگ کیجیے۔

(i) $\frac{12}{5}$ (ii) $\frac{2}{3}$ (iii) $3\frac{1}{8}$ (iv) $\frac{5}{7}$ (v) $\frac{4}{6}$

(vi) $10\frac{2}{4}$ (vii) $\frac{4}{13}$ (viii) $\frac{8}{10}$ (ix) $\frac{4}{7}$ (x) $\frac{12}{10}$

(xi) $1\frac{2}{3}$ (xii) $\frac{9}{5}$ (xiii) $6\frac{2}{5}$ (xiv) $\frac{2}{9}$ (xv) $\frac{30}{25}$

2۔ مندرجہ ذیل کو مخلوط کسروں میں تبدیل کیجیے۔

(i) $\frac{3}{2}$ (ii) $\frac{7}{5}$ (iii) $\frac{25}{7}$ (iv) $\frac{11}{6}$ (v) $\frac{20}{19}$

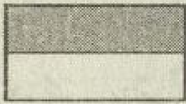
(vi) $\frac{25}{8}$ (vii) $\frac{50}{7}$ (vii) $\frac{89}{11}$ (ix) $\frac{137}{12}$ (x) $\frac{256}{17}$

3۔ مندرجہ ذیل کو غیر واجب کسور میں تبدیل کیجیے۔

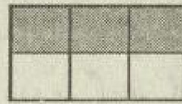
(i) $2\frac{1}{3}$ (ii) $7\frac{3}{10}$ (iii) $4\frac{3}{11}$ (iv) $10\frac{3}{8}$ (v) $5\frac{7}{11}$

4۔ مندرجہ ذیل میں کون کون سی کسور مترادف ہیں؟

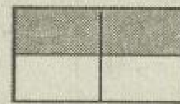
(i) $\frac{1}{2}$



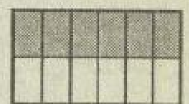
(ii) $\frac{3}{6}$



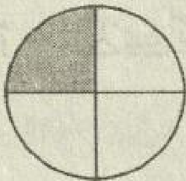
(iii) $\frac{2}{4}$



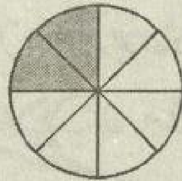
(iv) $\frac{6}{12}$



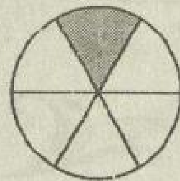
(v) $\frac{1}{4}$



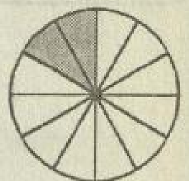
(vi) $\frac{2}{8}$



(vii) $\frac{1}{6}$



(viii) $\frac{2}{12}$



5۔ مندرجہ ذیل کو مکمل کیجیے۔

(i) $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} =$ ______________ (ii) $\frac{7}{8} = \frac{7 \times 5}{8 \times 5} =$ ______________

(iii) $\frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} =$ ______________ (iv) $\frac{16}{40} = \frac{16 \div 8}{40 \div 8} =$ ______________

6۔ مندرجہ ذیل میں سے ہر کسر کی تین تین مترادف کسور لکھیے۔

(i) $\frac{4}{8}$　(ii) $\frac{9}{12}$　(iii) $\frac{15}{20}$　(iv) $\frac{20}{40}$　(v) $\frac{42}{63}$

7۔ مندرجہ ذیل کسور میں تقسیم کے عمل کو استعمال کرتے ہوئے تین تین مترادف کسور لکھیے۔

(i) $\frac{27}{81}$　(ii) $\frac{64}{128}$　(iii) $\frac{125}{625}$　(iv) $\frac{243}{81}$　(v) $\frac{128}{512}$

8۔ مندرجہ ذیل کسور کو صعودی اور نزولی ترتیب میں لکھیے۔

(i) $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{7}$　(ii) $\frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \frac{1}{49}, \frac{1}{23}, \frac{1}{30}$

9۔ مندرجہ ذیل میں سے ہر ایک کسر کو مختصر ترین صورت میں تحویل کیجیے۔

(i) $\frac{10}{15}$　(ii) $\frac{25}{15}$　(iii) $\frac{36}{48}$　(iv) $\frac{64}{40}$　(v) $\frac{128}{190}$

10۔ بتائیے کون سی کسر چھوٹی ہے اور کون سی بڑی ہے؟ بڑی اور چھوٹی کے لیے علامات < اور > استعمال کیجیے۔

(i) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$　(ii) $\frac{2}{5}, \frac{2}{7}$　(iii) $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$　(iv) $\frac{3}{5}, \frac{5}{8}$

(v) $\frac{5}{7}, \frac{3}{3}$　(vi) $\frac{9}{12}, \frac{9}{10}$　(vii) $\frac{6}{7}, \frac{7}{6}$　(viii) $\frac{9}{10}, \frac{10}{11}$

11۔ مندرجہ ذیل خالی جگہیں پُر کیجیے۔

(i) $105.602 = 105\frac{602}{\square}$　(ii) $110.605 = \square\frac{605}{1000}$　(iii) $3.2 = \frac{16}{\square}$

(iv) $0.85 = \frac{\square}{20}$　(v) $0.25 = \frac{1}{\square}$　(vi) $9.5 = \frac{19}{\square}$

(vii) $0.0001 = \frac{1}{\square}$　(viii) $0.0012 = \frac{12}{\square}$　(ix) $1.101 = \frac{\square}{1000}$

12۔ مندرجہ ذیل کسر اعشاریہ کو کسر عام میں تحویل کر کے مختصر کیجیے۔

(i) 0.5　(ii) 0.75　(iii) 0.24　(iv) 0.48

(v) 0.025 (vi) 0.05 (vii) 0.00078 (viii) 1.5
(ix) 2.75 (x) 12.25 (xi) 90.15 (xii) 51.5

13۔ مندرجہ ذیل کسور عام کو کسور اعشاریہ میں تحویل کیجیے۔

(i) $\frac{79}{100}$ (ii) $\frac{27}{100}$ (iii) $\frac{19}{100}$ (iv) $15\frac{103}{1000}$ (v) $\frac{8}{10}$
(vi) $\frac{7}{1000}$ (vii) $\frac{291}{1000}$ (viii) $\frac{99}{1000}$ (ix) $\frac{5148}{100}$ (x) $\frac{32}{10}$
(xi) $\frac{51}{1000}$ (xii) $\frac{2340}{1000}$

14۔ مندرجہ ذیل کسور عام کو کسور اعشاریہ میں تحویل کیجیے۔

(i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{1}{5}$ (iii) $\frac{3}{16}$ (iv) $\frac{2}{25}$ (v) $\frac{9}{4}$
(vi) $\frac{151}{8}$ (vii) $8\frac{1}{50}$ (viii) $31\frac{4}{25}$ (ix) $2\frac{5}{32}$ (x) $3\frac{1}{64}$
(xi) $\frac{717}{50}$ (xii) $\frac{203}{4}$

15۔ مندرجہ ذیل کسور عام کو کسور اعشاریہ میں تین درجے تک لکھیے۔

(i) $\frac{5}{6}$ (ii) $\frac{4}{7}$ (iii) $\frac{3}{10}$ (iv) $\frac{2}{9}$ (v) $\frac{25}{3}$
(vi) $\frac{14}{13}$ (vii) $\frac{15}{17}$ (viii) $\frac{10}{12}$ (ix) $\frac{1}{14}$ (x) $\frac{16}{15}$

1.2 ضرب کی خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع

اگر $\frac{1}{2}$ ، $\frac{2}{3}$ اور $\frac{1}{4}$ کوئی تین کسور ہوں تو

(i) $\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$ (ii) $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}$

اسے ضرب کی خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع کہتے ہیں۔

پڑتال: آیئے اس کی پڑتال کرتے ہیں۔ $\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$

(i)

یا $\frac{1}{2}\times\left(\frac{8+3}{12}\right)=\frac{1}{3}+\frac{1}{8}$

یا $\frac{1}{2}\times\frac{11}{12}=\frac{8+3}{24}$

یا $\frac{11}{24}=\frac{11}{24}$

لہٰذا $\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$

سرگرمی: طلباء (ii) کی خود پڑتال کریں۔

1.3 ضرب کی خاصیت تقسیمی بلحاظ تفریق

اگر $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{4}$ کوئی تین کسور ہوں تو

(i) $\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$ (ii) $\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}$

اسے ضرب کی خاصیت تقسیمی بلحاظ تفریق کہتے ہیں، آیئے اس کی پڑتال کرتے ہیں۔

پڑتال: (i) $\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$

یا $\frac{1}{2}\times\left(\frac{4-3}{12}\right)=\frac{1}{6}-\frac{1}{8}$

یا $\frac{1}{2}\times\frac{1}{12}=\frac{4-3}{24}$

$$\frac{1}{24} = \frac{1}{24}$$

یا

لہٰذا
$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$$

سرگرمی: طلباء (ii) کی خود پڑتال کریں۔

مشق 1.2

مندرجہ ذیل کی پڑتال کیجیے۔

(1) $\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{6}$

(2) $\frac{3}{4} \times \left(\frac{8}{9} + \frac{4}{9}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} + \frac{3}{4} \times \frac{4}{9}$

(3) $\frac{5}{6} \times \left(\frac{12}{13} + \frac{6}{5}\right) = \frac{5}{6} \times \frac{12}{13} + \frac{5}{6} \times \frac{6}{5}$

(4) $\frac{5}{7} \times \left(\frac{3}{7} + \frac{7}{3}\right) = \frac{5}{7} \times \frac{3}{7} + \frac{5}{7} \times \frac{7}{3}$

(5) $\frac{7}{8} \times \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{7}\right) = \frac{7}{8} \times \frac{3}{4} + \frac{7}{8} \times \frac{2}{7}$

(6) $\frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$

(7) $\frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$

(8) $\frac{3}{5} \times \left(\frac{7}{2} - \frac{5}{2}\right) = \frac{3}{5} \times \frac{7}{2} - \frac{3}{5} \times \frac{5}{2}$

(9) $\frac{3}{5} \times \left(\frac{7}{18} - \frac{10}{9}\right) = \frac{3}{5} \times \frac{7}{18} - \frac{3}{5} \times \frac{10}{9}$

(10) $\left(\frac{7}{3} - \frac{3}{7}\right) \times \frac{3}{10} = \frac{7}{3} \times \frac{3}{10} - \frac{3}{7} \times \frac{3}{10}$

1.4 تقسیمی خاصیت کی مدد سے کسور عام کو مختصر کرنا

مثال 1: عامر نے ایک گھنٹے میں بذریعہ کار $50\frac{1}{2}$ کلومیٹر فاصلہ طے کیا۔ جبکہ اس کے دوست شفیق نے ایک گھنٹے میں $44\frac{3}{4}$ کلومیٹر فاصلہ طے کیا۔ بتائیے دونوں نے آدھے گھنٹے میں کل کتنا فاصلہ طے کیا ہے؟

حل:
عامر کا ایک گھنٹے میں طے کردہ فاصلہ = $50\frac{1}{2}$ کلومیٹر

شفیق کا ایک گھنٹے میں طے کردہ فاصلہ = $44\frac{3}{4}$ کلومیٹر

دونوں کا ایک گھنٹے میں طے کردہ فاصلہ $= \left(50\frac{1}{2} + 44\frac{3}{4}\right)$

دونوں کا $\frac{1}{2}$ گھنٹے میں طے کردہ فاصلہ $= \frac{1}{2} \times \left(50\frac{1}{2} + 44\frac{3}{4}\right)$

$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{101}{2} + \frac{179}{4}\right)$

$= \frac{1}{2} \times \frac{101}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{179}{4}$ (خاصیت تقسیمی کو استعمال کرنے سے)

$= \frac{101}{4} + \frac{179}{8} = \frac{202 + 179}{8} = \frac{381}{8} = 47\frac{5}{8}$ کلومیٹر

پس $= 47\frac{5}{8}$ کلومیٹر

مثال 2: زاہد نے شیشے کے دو ٹکڑے خریدے۔ ان کی لمبائیاں بالترتیب $20\frac{2}{5}$ سینٹی میٹر اور $15\frac{3}{5}$ سینٹی میٹر تھیں۔ بتائیے کہ ایسے شیشے کے ٹکڑے کی لمبائی کیا ہوگی جو دراصل دونوں ٹکڑوں کی لمبائیوں کے فرق کا $2\frac{1}{5}$ گنا ہو؟

حل: شیشوں کے ٹکڑوں کی لمبائیوں کا فرق $= 20\frac{2}{5} - 15\frac{3}{5}$

نامعلوم شیشے کے ٹکڑے کی لمبائی $= 2\frac{1}{5} \times \left(20\frac{2}{5} - 15\frac{3}{5}\right)$ (تقسیمی خاصیت کو استعمال کرتے ہوئے)

$= \frac{11}{5} \times \left(\frac{102}{5} - \frac{78}{5}\right)$

$= \frac{11}{5} \times \frac{102}{5} - \frac{11}{5} \times \frac{78}{5}$

پس $= \frac{1122}{25} - \frac{858}{25} = \frac{264}{25} = 10\frac{11}{25}$ سینٹی میٹر

مثال 3: تقسیمی خاصیت کو استعمال کرتے ہوئے مختصر کیجیے۔

$$\frac{1}{2} + \left\{\frac{3}{5} \times \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{25}\right)\right\} + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{12} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{6}{7}$$

حل:

$\frac{1}{2} + \left\{\frac{3}{5} \times \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{25}\right)\right\} + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{12} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{6}{7}$

$= \frac{1}{2} + \left\{\frac{3}{5} \times \frac{4}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{3}{25}\right\} + \left(\frac{3}{4} \times \frac{6}{7} + \frac{1}{12} \times \frac{6}{7} - \frac{1}{4} \times \frac{6}{7}\right)$

$$= \frac{1}{2} + \left\{\frac{12}{25} + \frac{9}{125}\right\} + \left(\frac{9}{14} + \frac{1}{14} - \frac{3}{14}\right)$$

$$= \frac{1}{2} + \left\{\frac{60+9}{125}\right\} + \left(\frac{9+1-3}{14}\right)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{69}{125} + \frac{7}{14}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{69}{125} + \frac{1}{2} = \frac{125+138+125}{250} = \frac{388}{250} = 1\frac{69}{125}$$

مشق 1.3

1۔ عفان نے ایک گھنٹے میں اپنی کار سے $55\frac{1}{2}$ کلومیٹر فاصلہ طے کیا۔ جبکہ اس کے دوست سمیر نے $61\frac{3}{4}$ کلومیٹر فاصلہ طے کیا۔ بتائیے $1\frac{1}{2}$ گھنٹے میں یہ دونوں مجموعی طور پر کتنا فاصلہ طے کر لیں گے؟

2۔ صادق نے ایک گھنٹے میں $5\frac{1}{2}$ صفحات لکھے جبکہ اس کے بھائی امین نے $7\frac{3}{4}$ صفحات لکھے ہیں۔ اگر یہ دونوں اسی رفتار سے کام کرتے رہیں تو بتائیے کہ $1\frac{3}{4}$ گھنٹے میں مجموعی طور پر یہ دونوں کتنے صفحات لکھ لیں گے؟ اور یہ بھی بتائیے کہ امین صادق کے مقابلے میں $1\frac{3}{4}$ گھنٹے میں کتنے زیادہ صفحات لکھ لے گا؟

3۔ ایک ماہ میں سعد نے $300\frac{1}{4}$ روپے بچت کی۔ جبکہ اس کی بہن ایمن نے $450\frac{1}{2}$ روپے بچائے ہیں۔ اگر یہ دونوں اسی طرح سے بچت کرتے رہے تو بتائیے کہ مجموعی طور پر یہ دونوں $2\frac{1}{2}$ ماہ میں کتنے روپے بچا سکیں گے؟ یہ بھی بتائیے کہ $2\frac{1}{2}$ ماہ میں ایمن اپنے بھائی سعد سے کتنی زیادہ رقم بچا لے گی؟

4۔ ایک شخص نے رسی کے دو ٹکڑے خریدے جن کی لمبائیاں بالترتیب $185\frac{3}{4}$ سم اور $172\frac{1}{2}$ سم تھیں۔ اُسے ایک ایسا ٹکڑا اور درکار ہے جس کی لمبائی خرید کردہ دونوں ٹکڑوں کی لمبائیوں کے مجموعے کا $25\frac{3}{7}$ ہو۔ اس ٹکڑے کی لمبائی معلوم کیجیے۔

5۔ مندرجہ ذیل کو تقسیمی خاصیت کو استعمال کرتے ہوئے مختصر کیجیے۔

(i) $\frac{1}{3} \times \left(\frac{4}{3} + \frac{8}{9}\right)$

(ii) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{9} - \frac{5}{6}\right)$

(iii) $\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{5} \times \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right)$

1.5 کسور عام میں خطوط وحدانی کا استعمال

مندرجہ ذیل فقروں پر غور کیجیے۔

روکو۔مت جانے دو۔ روکو مت۔جانے دو۔

آپ سمجھ سکتے ہیں کہ بالکل ایک جیسے الفاظ پر مشتمل اردو زبان کے یہ دو فقرے وقفے کا مقام بدلنے سے بالکل دو مختلف معنی دیتے ہیں۔اسی طرح ریاضی میں بھی جملوں اور فقروں کا صحیح مطلب سمجھنے کے لیے وقفے استعمال ہوتے ہیں۔ان خاص وقفوں کو خطوط وحدانی کہتے ہیں۔خطوط وحدانی چار قسم کے ہوتے ہیں۔

1۔ قطعہ خط	Bar	—
2۔ چھوٹے خطوط وحدانی یا قوسین یا چھوٹی بریکٹ	Small Brackets or Parenthesis	( )
3۔ درمیانے خطوط حودانی یا درمیانی بریکٹ	Curly Brackets or Braces	{ }
4۔ بڑے خطوط وحدانی یا بڑی بریکٹ	Square Brackets	[ ]

اگر ایک ہی سوال میں ایک سے زیادہ خطوط وحدانی استعمال ہوں تو اس صورت میں خطوط وحدانی کو حل کرنے کا عمل اسی ترتیب سے کیا جاتا ہے جس ترتیب سے اوپر خطوط وحدانی کی قسمیں لکھی گئی ہیں۔

اب ہم مثالوں کی مدد سے خطوط وحدانی پر مشتمل اظہاریہ کو مختصر کرنے کی وضاحت کرتے ہیں:

مثال 1: مختصر کیجیے۔ $3\frac{1}{2}-\left(1\frac{5}{7}+\frac{3}{4}\right)$

حل:

$3\frac{1}{2}-\left(1\frac{5}{7}+\frac{3}{4}\right)=\frac{7}{2}-\left(\frac{12}{7}+\frac{3}{4}\right)$ (پہلے غیر واجب کسر میں تبدیل کیا)

$=\frac{7}{2}-\left(\frac{12\times4+3\times7}{28}\right)$ (چھوٹے خطوط وحدانی کو حل کیا)

$=\frac{7}{2}-\left(\frac{48+21}{28}\right)$

$=\frac{7}{2}-\frac{69}{28}$

$$= \frac{7 \times 14 - 69 \times 1}{28}$$

$$= \frac{98 - 69}{28} = \frac{29}{28} = 1\frac{1}{28}$$ (مخلوط کسر میں تبدیل کیا)

مثال 2: حل کیجیے۔ $3\frac{1}{4} \div \left[\frac{2}{5} + \left\{\left(\frac{7}{8} - \frac{7}{12}\right) + 1\frac{5}{6}\right\} - 2\frac{2}{5}\right]$

حل:

$$3\frac{1}{4} \div \left[\frac{2}{5} + \left\{\left(\frac{7}{8} - \frac{7}{12}\right) + 1\frac{5}{6}\right\} - 2\frac{2}{5}\right]$$

$$= \frac{13}{4} \div \left[\frac{2}{5} + \left\{\left(\frac{7}{8} - \frac{7}{12}\right) + \frac{11}{6}\right\} - \frac{12}{5}\right]$$ (غیر واجب کسر میں تبدیل کیا)

$$= \frac{13}{4} \div \left[\frac{2}{5} + \left\{\left(\frac{21 - 14}{24}\right) + \frac{11}{6}\right\} - \frac{12}{5}\right]$$ (پہلے چھوٹے خطوط وحدانی کو حل کیا)

$$= \frac{13}{4} \div \left[\frac{2}{5} + \left\{\frac{7}{24} + \frac{11}{6}\right\} - \frac{12}{5}\right]$$

$$= \frac{13}{4} \div \left[\frac{2}{5} + \left\{\frac{7 + 44}{24}\right\} - \frac{12}{5}\right]$$ (درمیانے خطوط وحدانی کو حل کیا)

$$= \frac{13}{4} \div \left[\frac{16 + 85 - 96}{40}\right]$$ (بڑے خطوط وحدانی کو حل کیا)

$$= \frac{13}{4} \div \left[\frac{101 - 96}{40}\right] = \frac{13}{4} \div \frac{5}{40} = \frac{13}{4} \times \frac{40}{5} = 13 \times 2 = 26$$

مثال 3: مختصر کیجیے۔ $1\frac{3}{4} \div \left[9\frac{5}{8} \div \left\{\frac{2}{5} + \left(8\frac{2}{5} \times \overline{4\frac{1}{6} - 3\frac{1}{2}}\right)\right\}\right]$

حل:

$$1\frac{3}{4} \div \left[9\frac{5}{8} \div \left\{\frac{2}{5} + \left(8\frac{2}{5} \times \overline{4\frac{1}{6} - 3\frac{1}{2}}\right)\right\}\right]$$

$$= \frac{7}{4} \div \left[\frac{77}{8} \div \left\{\frac{2}{5} + \left(\frac{42}{5} \times \overline{\frac{25}{6} - \frac{7}{2}}\right)\right\}\right]$$

$$= \frac{7}{4} \div \left[\frac{77}{8} \div \left\{\frac{2}{5} + \left(\frac{42}{5} \times \frac{25 - 21}{6}\right)\right\}\right]$$ (قطعہ خط کے نیچے والے اظہاریے کو حل کیا)

$$= \frac{7}{4} \div \left[\frac{77}{8} \div \left\{\frac{2}{5} + \left(\frac{42}{5} \times \frac{4}{6}\right)\right\}\right]$$

$$= \frac{7}{4} \div \left[\frac{77}{8} \div \left\{\frac{2}{5} + \frac{28}{5}\right\}\right]$$

$$= \frac{7}{4} \div \left[\frac{77}{8} \div \left\{\frac{2+28}{5}\right\}\right]$$

$$= \frac{7}{4} \div \left[\frac{77}{8} \div \frac{30}{5}\right]$$

$$= \frac{7}{4} \div \left[\frac{77}{8} \div \frac{6}{1}\right]$$

$$= \frac{7}{4} \div \left[\frac{77}{8} \times \frac{1}{6}\right]$$

$$= \frac{7}{4} \div \frac{77}{48} = \frac{7}{4} \times \frac{48}{77} = \frac{12}{11} = 1\frac{1}{11}$$

مشق 1.4

(1) $\left[\frac{1}{2} + \left\{\left(\frac{3}{4} \div \frac{9}{16}\right) \times 1\frac{1}{2}\right\} - 2\frac{1}{4}\right]$

(2) $3\frac{1}{2} + \left\{\left(10\frac{2}{5} - 5\frac{1}{3}\right) \div 3\frac{2}{3}\right\} - 1\frac{1}{5}$

(3) $\left[\left(2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{6}\right) \times \left(1\frac{1}{5} \div \frac{2}{5}\right)\right]$

(4) $\left\{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(1\frac{2}{3} \div \frac{1}{9}\right)\right\} - \left\{\left(\frac{5}{3} - \frac{1}{6}\right) \div \frac{9}{6}\right\}$

(5) $10\frac{1}{2} - \left[\frac{1}{3} \div \left\{\frac{2}{5} \div \left(\frac{4}{5} - \overline{\frac{1}{10} - \frac{3}{5}}\right)\right\}\right]$

(6) $\left(\overline{\frac{2}{3} - \frac{3}{4}} \times \frac{1}{8}\right) \div \left(\frac{2}{3} - \overline{\frac{3}{4} + \frac{5}{8}}\right)$

(7) $\left[2\frac{1}{4} \times \left\{3\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{6}\right)\right\}\right] + \frac{5}{6}$

(8) $\left(3\frac{1}{2} \times 5\frac{1}{3} - 10\frac{2}{5}\right) \times \left(3\frac{1}{8} - 6\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{6}\right)$

(9) $\left(2\frac{1}{5} \div 3\frac{2}{25}\right) \times 4\frac{2}{5} \div \left(3 - \frac{1}{5}\right)$

(10) $\frac{5}{2} \times \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right) \div \frac{2}{5} \times \left(1\frac{3}{5} + 2\frac{6}{25}\right)$

1.6 کسور اعشاریہ پر مشتمل اظہاریے مختصر کرنا جبکہ چاروں بنیادی عوامل ایک ساتھ ہوں

پانچویں جماعت میں کسور اعشاریہ کی جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم دیکھتے ہیں کہ جب چاروں بنیادی عوامل ایک ساتھ ہوں تو اظہاریے کو کس طرح مختصر کیا جاتا ہے۔

آپ جانتے ہیں کہ جب کسی جملے میں چاروں بنیادی عوامل جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم ایک ساتھ ہوں تو

سب سے پہلے کون سا عمل ہوگا؟	تقسیم کا	(÷)
تقسیم کے بعد کون سا عمل ہوگا؟	ضرب کا	(x)
آخر میں کون سے عمل ہوں گے؟	جمع اور تفریق کے	(+،−)

مثال 1: $32.78 - 1.84 \times 2.37 + 1.36 \times 1.18$ کو مختصر کیجیے۔

حل: یہاں کتنے بنیادی عوامل ہیں؟ (تین)

یہاں ضرب کا عمل کتنی جگہ ہے؟ (دو جگہ)

دونوں ضرب کے عوامل لکھے جائیں

اور ان کو حل کیا جائے۔

$$\begin{array}{r} 1.36 \\ \times 1.18 \\ \hline 1088 \\ 1360 \\ 13600 \\ \hline 1.6048 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1.84 \\ \times 2.37 \\ \hline 1288 \\ 5520 \\ 36800 \\ \hline 4.3608 \end{array}$$

$1.84 \times 2.37 = 4.3608 \quad 1.36 \times 1.18 = 1.6048$

لہٰذا $32.78 - 1.84 \times 2.37 + 1.36 \times 1.18$

$= 32.78 - 4.3608 + 1.6048 = 34.3848 - 4.3608 = 30.0240$

مثال 2: $23.67 \times 1.85 + 2.36 \div 1.75 - 1.39$ کو مختصر کریں۔

یہاں کتنے بنیادی عوامل ہیں؟	چار
کون کون سے؟	ضرب، جمع، تقسیم اور تفریق
سب سے پہلے کون سا بنیادی عمل کرنا ہوگا؟	تقسیم کا

حل: $2.36 \div 1.75 = \dfrac{2.36}{1.75} = \dfrac{236}{175}$

$$\begin{array}{r} 175\,)\,236.000\,(\,1.348 \\ -175 \\ \hline 610 \\ -525 \\ \hline 850 \\ -700 \\ \hline 1500 \\ -1400 \\ \hline 100 \end{array}$$

نوٹ: چونکہ باقی مقسوم علیہ کے نصف سے زیادہ ہے۔ اس لیے جواب کے آخری ہندسے میں ایک کا اضافہ کریں گے، یعنی

$2.36 \div 1.75 = 1.348$

لہٰذا $23.67 \times 1.85 + 2.36 \div 1.75 - 1.39$

تقسیم کے عمل کے بعد $= 23.67 \times 1.85 + 1.349 - 1.39$

ضرب کے عمل کے بعد $= 43.7895 + 1.349 - 1.39$

$= 45.1385 - 1.39$

$= 43.7485$

مشق 1.5

مندرجہ ذیل کو مختصر کیجیے۔

(1) $4.31 \times 2.32 + 1.25$

(2) $9.6 \div 2.4 + 6.713$

(3) $7.2 \div 3.6 + 5.2 \times 5.13$

(4) $\dfrac{0.7 \times 0.7 - 0.2 \times 0.2}{0.7 + 0.2}$

(5) $\dfrac{1.5 \times 1.5 - 0.41 \times 0.42}{1.5 - 0.41}$

(6) $\dfrac{0.1 \times 0.1 \times 0.1 - 0.01 \times 0.01 \times 0.01}{0.1 \times 0.1 + 0.1 \times 0.1 + 0.01 + 0.01 \times 0.01}$

(7) $4.7 \times 0.875 - 1.5 \div 3.15 + 2.5$

(8) $19.3 - 12.9 \times 1.9 \div 4.75 + 25.7$

(9) $13.5 \times 2.9 \div 8.7 + 0.5 \div 3.5$

1.7 کسور اعشاریہ میں خطوط وحدانی کا استعمال

آپ کسور عام میں خطوط وحدانی کا استعمال سیکھ چکے ہیں۔ کسور اعشاریہ میں بھی خطوط وحدانی بالکل اسی طرح استعمال ہوتے ہیں۔

آپ بتائیں کہ خطوط وحدانی کتنی قسم کے ہوتے ہیں؟

کیا آپ کو یاد ہے کہ خطوط وحدانی کس ترتیب سے حل کیے جاتے ہیں؟

خطوط وحدانی چار قسم کے ہوتے ہیں۔ جس ترتیب سے نیچے درج ہیں، اسی ترتیب سے ان کو حل کیا جاتا ہے۔ جن رقوم پر قطعہ خط "____" کھینچا جاتا ہے، ان کو سب سے پہلے حل کرتے ہیں۔

اس کے بعد جو رقوم چھوٹے خطوط وحدانی "( )" کے درمیان ہوتی ہیں، ان کو حل کرتے ہیں۔

پھر جو رقوم درمیانے خطوط وحدانی "{ }" کے درمیان ہوتی ہیں، ان کو حل کرتے ہیں۔

آخر میں جو رقوم بڑے خطوط وحدانی "[ ]" کے درمیان ہوتی ہیں، ان کو حل کرتے ہیں۔

مثال 1: $1.8 + \{3.21 - (1.02 + 1.09)\}$ کو مختصر کیجیے۔

حل: $1.8 + \{3.21 - (1.02 + 1.09)\}$

$= 1.8 + \{3.21 - 2.11\}$ (چھوٹے خطوط وحدانی کو حل کیا)

$= 1.8 + 1.1$ (درمیانے خطوط وحدانی کو حل کیا)

$= 2.9$

مثال 2: مختصر کیجیے۔ $2.04 + \left[1.56 \div \left\{2.4 - \left(1.8 \times \overline{0.3 + 0.6}\right)\right\}\right]$

حل: $2.04 + \left[1.56 \div \left\{2.4 - \left(1.8 \times \overline{0.3 + 0.6}\right)\right\}\right]$

$= 2.04 + [1.56 \div \{2.4 - (1.8 \times 0.9)\}]$ (قطعہ خط کے نیچے والی رقوم کو حل کیا)

$= 2.04 + [1.56 \div \{2.4 - 1.62\}]$ (چھوٹے خطوط وحدانی کو حل کیا)

$= 2.04 + [1.56 \div 0.78]$ (درمیانے خطوط وحدانی کو حل کیا)

$= 2.04 + 2$ (بڑے خطوط وحدانی کو حل کیا)

$= 4.04$

مشق 1.6

مندرجہ ذیل کو مختصر کیجیے۔

(1) $0.3 \times [2.5 + \{2.9 + (1.5 + 2.8)\}]$　(2) $3.5 + [1.7 + \{1.95 - (7.3 - 2.2)\}]$

(3) $1.9 \times [2.3 \times \{3.6 - (1.2 + 1.4)\}]$　(4) $9.25 \div [0.9 + \{2.05 \times (1.5 - 2.5 - 2)\}]$

(5) $\{(0.3 \times 2.5) \div 0.5\} + 1.5 \times 0.05$　(6) $7.45 - [0.35 + \{1.5 \times (2.5 - 1.5 + 3.5)\}]$

(7) $[\{(2.5 - 2) + 1.5\} \times 0.5 - 0.05]$　(8) $2.297 + [0.2 \times \{9 \div 0.3\} - 0.09]$

(9) $[\{(1.2 - 0.8) \times 0.5\} + 3.4] \div 0.4$　(10) $[\{7.45 - 1.35 + 1.5\} \times 2.5] \div 1.25$

1.8 روزمرہ زندگی سے متعلق کسور عام پر مبنی عبارتی سوالات

مثال 1: طیبہ نے $10\frac{1}{2}$ میٹر کپڑے میں سے ایک تہائی حصہ کا لباس تیار کیا۔ بتائیے اس نے کتنے میٹر کپڑے کا لباس بنایا اور کتنے میٹر کپڑا باقی بچا؟

حل:

کا ایک تہائی $= 10\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{21}{2} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$

باقی کپڑا $= 10\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2}$

$= \frac{21}{2} - \frac{7}{2} = \frac{21-7}{2}$

$= \frac{14}{2} = 7$ میٹر

پس طیبہ نے $3\frac{1}{2}$ میٹر کپڑے کا لباس تیار کیا۔ پس 7 میٹر کپڑا باقی بچا۔

مثال 2: پودوں کی ایک نرسری میں 1550 پودے موجود تھے۔ پانی کی کمی کے باعث 125 پودے متاثر ہوئے۔ بتائیے کہ پودوں کی کتنی کسر متاثر ہوئی؟ اور کتنی کسر متاثر ہونے سے بچ گئی؟

حل:

پودوں کی کل تعداد = 1550 پودے

پودوں کی متاثرہ تعداد = 125 پودے

متاثرہ پودوں کی کسر $= \frac{125}{1550}$

$= \frac{5}{62}$

غیر متاثرہ پودوں کی تعداد $= 1550 - 125$

$= 1425$ پودے

غیر متاثرہ پودوں کی کسر $= \frac{1425}{1550}$

$= \frac{57}{62}$

پس متاثرہ پودوں کی کسر $\frac{5}{62}$ ہے۔ پس غیر متاثرہ پودوں کی کسر $\frac{57}{62}$ ہے۔

مشق 1.7

1۔ بلال نے ایک بکرا ذبح کروایا۔ اس میں $13\frac{5}{7}$ کلوگرام گوشت نکلا۔ گوشت کا ایک تہائی صدقہ کر دیا۔ بتائیے بلال کے پاس کتنا گوشت باقی بچا؟

2۔ ایمن کی اردو کی کتاب میں کل 100 صفحات تھے۔ اس نے ان صفحات کا $\frac{3}{5}$ حصہ پڑھ لیا ہے۔ بتائیے ابھی کتنے صفحات

پڑھنا باقی ہیں؟

3۔ سمیر نے ریاضی کے 25 سوالات میں سے 15 حل کر لیے ہیں۔ بتایئے حل شدہ سوالات کی کسر کیا رہی؟ غیر حل شدہ سوالات کی کسر بھی بتایئے۔

4۔ 18300 روپے کا دو تہائی کیا ہوگا؟

5۔ 13374 روپے کا آدھا، ایک تہائی، دو تہائی اور تین چوتھائی معلوم کیجیے۔

6۔ اسلم نے $2\frac{3}{4}$ روٹیوں میں سے $1\frac{1}{2}$ روٹیاں خیرات کر دیں۔ بتایئے باقی کتنی روٹیاں بچیں؟

7۔ ایک کاشت کار نے ایک مرتبہ 425 پودے ٹماٹر کے لگائے اور کچھ دنوں کے بعد دیکھا کہ 17 پودے مرجھا گئے ہیں۔ بتایئے کہ کل پودوں کی کتنی کسر مرجھا گئی ہے؟

8۔ رشیدہ نے $18\frac{3}{4}$ میٹر کپڑا خریدا۔ اس میں سے ایک تہائی حصے کا جوڑا بنوالیا۔ بتائیں کہ اس کے جوڑے میں کتنا کپڑا خرچ ہوا؟

9۔ طاہرہ کے پاس 1000 روپے تھے۔ اس نے رقم کا 40واں حصہ زکوٰۃ فنڈ میں دے دیا۔ بتایئے کہ طاہرہ کے پاس کتنے روپے باقی بچے اور طاہرہ نے کتنے روپے زکوٰۃ فنڈ میں جمع کروائے؟

10۔ عمارہ نے اپنے جیب خرچ میں سے $375\frac{1}{2}$ روپے بچت کی۔ اور ان میں سے $133\frac{3}{4}$ روپے کی کتابیں خرید لیں۔ بتایئے اب عمارہ کے پاس کتنے روپے موجود ہیں؟

11۔ سعد کو ایک کمپیوٹر گیم خریدنے کے لیے 3000 روپے درکار ہیں۔ جبکہ اس کے پاس $2875\frac{1}{2}$ روپے موجود ہیں۔ بتایئے کہ سعد کو کمپیوٹر گیم خریدنے کے لیے مزید کتنے روپے درکار ہیں؟

1.9 روزمرہ زندگی سے متعلق کسور اعشاریہ پر مبنی عبارتی سوالات

روزمرہ زندگی سے متعلق اشیاء کی قیمتیں عموماً مکمل روپوں میں نہیں ہوتیں۔ اکثر قیمتیں روپے کی اعشاری کسر میں ہوتی ہیں۔ مثلاً چائے، مرچ و مسالے، بسکٹس و ٹافیاں اور اسی طرح دواؤں کی قیمتیں بھی اعشاری کسور میں لکھی ہوئی دیکھی جا سکتی ہیں۔

آیئے اعشاری کسور پر مبنی کچھ سرگرمیاں دیکھتے ہیں۔

سرگرمی 1: عمر کی امی نے بازار سے کچھ اشیاء منگوائیں۔ جن کی قیمتیں **20.50** روپے **45.25** روپے، **51.90** روپے اور **99.65** روپے تھیں۔ بتائیے عمیر نے کل کتنے روپے ادا کیے؟

عمل: اشیاء کی کل قیمت = (20.50 + 45.25 + 51.90 + 99.65) روپے

دوکاندار اشیاء کی قیمتوں کا ٹوٹل قیمتوں کو عمودی طریقہ سے لکھ کر کرتا ہے۔

$$\begin{array}{r} 20.50 \\ 45.25 \\ 51.90 \\ 99.65 \\ \hline 217.30 \\ \hline \end{array}$$

پس عمیر نے **217.30** روپے ادا کیے۔

سرگرمی 2: ایک شخص نے دو پیکٹس چائے کی پتی **56.50** روپے فی پیکٹ، تین دودھ کے پیکٹس **168.50** روپے فی پیکٹ اور دو کلوگرام شکر **21.75** روپے فی کلوگرام کے حساب سے خریدی۔ جبکہ دوکاندار نے **12** روپے رعایت دی۔ بتائیے اس شخص نے دوکاندار کو کتنی رقم ادا کی؟

حل: دو پیکٹس چائے کی پتی = 56.50 × 2

= 113.00 روپے

تین دودھ کے پیکٹس = 168.50 × 3

= 505.50 روپے

دو کلوگرام شکر = 21.75 × 2

= 43.50 روپے

کل رقم = (113.00 + 505.50 + 43.50) روپے

= 662.00 روپے

رعایت = 12.00 روپے

قابل ادائیگی رقم = (662.00 − 12.00) روپے

= 650.00 روپے

پس اس شخص نے **650** روپے ادا کیے۔

مشق 1.8

1۔ ایک شخص نے کچھ دوائیں خریدیں۔ جن کی قیمتیں **21.90** روپے، **42.30** روپے، **55.40** روپے اور **78.40** روپے تھیں۔ بتائیے کل کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟

2۔ عدیل نے گھر کے لیے کچھ اشیاء خریدیں۔ جن کی قیمتیں **50.50** روپے، **37.25** روپے، **55.75** روپے اور **125.90** روپے تھیں۔ قابل ادائیگی رقم معلوم کیجیے۔

3۔ حنا نے اپنے استعمال کی کچھ اشیاء خریدیں۔ جن کی قیمتیں 45.50 روپے، 55.25 روپے، 45.25 روپے اور 135.45 روپے تھیں۔ بتائیے کو حنا کو کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟

4۔ ایک اوسط گھرانے کے یوٹیلٹی بلز کی رقوم کچھ اس طرح تھیں۔ بجلی کا بل 525.50 روپے، گیس کا بل 210.75 روپے اور ٹیلی فون کا بل 760.50 روپے تھے۔ بتائیے تینوں بلوں کی مد میں صارف کو کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟

5۔ ایک گھر میں تین خاندان بجلی، فون اور گیس مشترکہ طور پر استعمال کرتے ہیں اور بلز کی رقم مساوی مساوی ادا کرتے ہیں۔ اگر ان کا ایک ماہ کا بجلی کا مجموعی بل 1954.50 روپے، گیس کا مجموعی بل 737.70 روپے اور فون کا مجموعی بل 1374.50 روپے آیا ہو تو بتائیے ہر ایک خاندان کو کتنا بل ادا کرنا ہوگا؟

متفرق مشق 1

(1) ذیل میں خالی جگہ پُر کیجیے۔

(i) وہ کسر جس میں نسب نما شمار کنندہ سے چھوٹا ہو.................. کسر کہلاتی ہے۔

(ii) وہ کسر جس میں شمار کنندہ نسب نما سے چھوٹا ہو.................. کسر کہلاتی ہے۔

(iii) $\frac{44}{5}$ ایک.................. کسر ہے۔

(iv) $\frac{16}{3}$ کی شکل مخلوط کسر میں.................. ہے۔

(v) $\frac{3}{8}$ اور $\frac{15}{40}$ .... کسریں ہیں۔

(vi) جب ایک کسر دوسری کسر سے بڑی ہو تو علامت.................. لکھتے ہیں۔

(vii) جب کسی ترتیب سے لکھی ہوئی کسور میں کسریں چھوٹی ہوتی جائیں تو یہ ترتیب.................. کہلاتی ہے۔

(viii) کسر $\frac{70}{210}$ کی مختصر ترین صورت.................. ہے۔

(ix) خطوط وحدانی.................. قسم کے ہوتے ہیں۔

(2) ایک قمیض اور شلوار کے لئے بالترتیب $2\frac{1}{4}$ اور $2\frac{1}{2}$ میٹر کپڑے کی ضرورت ہے۔ بتائیے ایک جوڑے کے لئے کل کتنے میٹر کپڑا درکار ہوگا؟

(3) ایک برتن میں $4\frac{1}{3}$ کلوگرام دودھ آتا ہے۔ اس کا $\frac{3}{5}$ حصہ دودھ سے بھرا ہوا ہے۔ بتائیے برتن میں کتنا دودھ ہے؟

(4) نسیم نے ایک کتاب کا ایک دن میں $\frac{2}{5}$ حصہ پڑھا۔ باقی کتاب دوسرے دن پڑھی۔ بتایئے دوسرے دن کتاب کا کتنا حصہ پڑھا؟ اگر کتاب میں 150 صفحات ہوں تو یہ بھی بتایئے کہ پہلے دن کتنے صفحات پڑھے؟ اور دوسرے دن کتنے صفحات پڑھے؟

(5) مختصر کیجیے۔

(i) $\frac{1}{2}+\left\{\frac{2}{3}\div\left(\frac{14}{15}\div\frac{21}{25}\right)\right\}$

(ii) $\frac{143}{9}-\left[\frac{52}{3}-\left\{\frac{21}{6}-\left(\frac{17}{18}-\frac{8}{9}\right)\right\}\right]$

(iii) $\left\{\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}-\overline{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}\right)\right\}\div\left\{\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+\overline{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}\right)\right\}$

(6) درج ذیل کو مختصر کیجیے۔

(i) $2.34+2.15\times3.2$

(ii) $11.78-5.432+0.51\div17$

(iii) $2.3+9.37\times25.2\div6$

(iv) $1.4+7.7\times2.02-3.1$

(7) مختصر کیجیے۔

(i) $2.3+(5.48\div8)-1.9$

(ii) $1.02+\{3.9\times(1.3\div1.04)\}$

(iii) $2.9-[1.05\times\{1.17+(1.04-2.5+1.9)\}]$

(8) $\frac{1.05\times1.5+1.5\times0.05}{1.05\times1.5-1.5\times0.05}+\frac{4.5}{1.5}$

(9) پڑتال کیجیے۔

(i) $\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}$

(ii) $0.25\times(4.50+3.25)=0.25\times4.50+0.25\times3.25$

(iii) $1\frac{1}{2}\times\left(2\frac{2}{3}-1\frac{1}{3}\right)=1\frac{1}{2}\times2\frac{2}{3}-1\frac{1}{2}\times1\frac{1}{3}$

(iv) $1.5\times(3.5-0.25)=1.5\times3.5-1.5\times0.25$

(10) تقسیمی خاصیت کو استعمال کرتے ہوئے مختصر کیجیے۔

(i) $\frac{1}{2}+\left\{\frac{3}{5}\times\left(\frac{4}{5}+\frac{3}{25}\right)\right\}$

(ii) $\frac{3}{5}-\left\{\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{25}\right)\right\}$

(iii) $\frac{3}{7}-\left(\frac{1}{7}\times\frac{2}{7}\right)+\frac{6}{7}\times\left(\frac{2}{7}+\frac{5}{7}\right)$　　**(iv)** $\frac{1}{9}\times\left(\frac{2}{9}-\frac{1}{9}+\frac{4}{9}\right)$

(v) $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{12}-\frac{1}{4}\right)\times\frac{6}{7}$

خلاصہ

- جب اعداد $\frac{1}{2}$، $\frac{1}{3}$، $\frac{1}{4}$، $\frac{2}{4}$، $\frac{3}{4}$، $\frac{5}{4}$، $\frac{7}{4}$ وغیرہ کی شکل میں لکھیں ہوں تو انہیں کسور عام کہتے ہیں۔ جبکہ افقی خط کے اوپر والا عدد شمار کنندہ **(Numerator)** اور افقی خط کے نیچے والا عدد نسب نما یا مخرج **(Denominator)** کہلاتا ہے۔
- کسور عام کی تین اقسام ہوتی ہیں۔ واجب، غیر واجب اور مخلوط کسر۔
- جب کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک ہی غیر صفر عدد سے ضرب یا تقسیم کیا جائے تو نئی کسر پہلی کسر کی مترادف کسر کہلاتی ہے۔
- مساوی نسب نماؤں والی کسور میں وہ کسر بڑی ہوتی ہے جس کا شمار کنندہ بڑا ہو۔
- مساوی شمار کنندہ والی کسور میں وہ کسر بڑی ہوتی ہے جس کا نسب نما چھوٹا ہو۔
- کسی دی ہوئی کسر کو مختصر ترین صورت (یا معیاری صورت) میں تحویل کرنے کے لیے شمار کنندہ اور نسب نما کو دونوں کے مشترک عاد سے تقسیم کرتے ہیں اور یہ عمل اس وقت تک جاری رکھتے ہیں، جب تک کہ کسر معیاری صورت میں نہ آ جائے۔
- تقسیم کے عمل سے کسر عام کو کسر اعشاریہ میں تحویل کیا جا سکتا ہے۔
- کسر کے بڑا ہونے کی علامت (<) ہے جبکہ کسر کے چھوٹا ہونے کی علامت (>) ہے۔
- جب کسور عام یا کسور اعشاریہ کی رقوم کو مختصر کرنا ہو اور ان میں خطوط وحدانی استعمال کیے گئے ہوں تو اسے مندرجہ ذیل مراحل میں مختصر کرتے ہیں۔

1۔ قطعہ خط "----------"　　2۔ چھوٹے خطوط وحدانی یا قوسین "( )"

3۔ درمیانے خطوط وحدانی "{ }"　　4۔ بڑے خطوط وحدانی "[ ]"

یونٹ
2

نسبت و تناسب

2.1 دو مقداروں کے درمیان نسبت کا تصور اور کسر عام سے تعلق

اس جماعت میں ہم مندرجہ ذیل تصورات سیکھیں گے۔
1۔ دو مقداروں کے درمیان نسبت کا تصور۔
2۔ نسبت کو مختصر ترین صورت میں تحویل کرنا۔
3۔ تین یا تین سے زیادہ مقداروں کے درمیان نسبت کا تصور۔
4۔ کسی مقدار کو دی ہوئی نسبت میں تقسیم کرنا۔
5۔ وراثت 6۔ شراکت
7۔ تناسب، راست تناسب اور معکوس تناسب
8۔ مندرجہ بالا تصورات پر مبنی روزمرہ زندگی سے متعلق سوالات۔

ہم عام زندگی میں کثرت سے نسبت کا لفظ استعمال کرتے ہیں، خاص طور پر جب دو مقداروں کا مقابلہ کرتے ہیں تو نسبت کا لفظ استعمال کرتے ہیں۔ یہ مقابلہ عام طور پر اعداد کی شکل میں ہوتا ہے۔ بعض اوقات نسبت میں مقداریں ایک ہی قسم کی ہوتی ہیں اور بعض اوقات مختلف۔ یہاں ہم ایک ہی قسم کی مقداروں کا مقابلہ کریں گے۔ آیئے! دیکھتے ہیں کہ دو مقداروں کا مقابلہ کس طرح کیا جا سکتا ہے؟

فرض کیا قیصر اور عابد کی عمریں بالترتیب 6 سال اور 18 سال ہیں۔
ہم قیصر اور عابد کی عمر کا مقابلہ کرنے کے لیے چند بیانات لکھ سکتے ہیں:

1۔ عابد قیصر سے 12 سال بڑا ہے۔ 2۔ عابد کی عمر قیصر سے تین گنا زیادہ ہے۔
3۔ قیصر عابد سے 12 سال چھوٹا ہے۔ 4۔ قیصر کی عمر عابد کی عمر کا $\frac{1}{3}$ ہے۔

اب بتائیں کہ کون سے بیانات ایک ہی معلومات دیتے ہیں؟ کن بیانات میں جمع اور تفریق کی مدد سے مقابلہ کیا گیا ہے اور کن بیانات میں ضرب اور تقسیم سے؟

آیئے! ہم نسبت کے تصور کو ایک مثال کی مدد سے سیکھتے ہیں۔

پاکستان کی گولڈن جوبلی تقریبات کے سلسلے میں ایک اسکول کی جونیئر اور سینئر ٹیموں کے درمیان ایک کرکٹ میچ کھیلا گیا۔ جونیئر ٹیم کے کپتان نے 40 رنز بنائے، جبکہ سینئر ٹیم کے کپتان کا اسکور 80 رنز رہا۔

دونوں کھلاڑیوں کی کارکردگی کا موازنہ کرنے کے دو طریقے ہیں:

(i) پہلے طریقے کے مطابق دونوں نے جتنے رنز اسکور کیے، ان کا فرق معلوم کیا جاتا ہے۔ اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ سینئر ٹیم

کے کپتان نے جونیئر ٹیم کے کپتان سے **40** رنز زیادہ بنائے یا جونیئر ٹیم کے کپتان نے سینئر ٹیم کے کپتان سے **40** رنز کم اسکور کیے۔

(ii) دوسرے طریقے کے مطابق اسکور کیے گئے رنز کو ایک دوسرے پر تقسیم کیا جاتا ہے۔ یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ جونیئر ٹیم کے کپتان کے اسکور کو اگر سینئر ٹیم کے کپتان کے اسکور پر تقسیم کیا جائے تو $\frac{40}{80}$ یا $\frac{1}{2}$ حاصل ہوتا ہے جو یہ ظاہر کرتا ہے کہ جونیئر ٹیم کے کپتان نے اپنی مقابل ٹیم کے کپتان کے اسکور کے مقابلے میں نصف اسکور کیا یا یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ سینئر ٹیم کے کپتان نے اپنی مدمقابل ٹیم کے کپتان کے اسکور سے دگنا اسکور کیا۔ یہاں ہم نے اسکور کا مقابلہ تقسیم کی مدد سے کیا۔ ہم کہیں گے کہ:

تقسیم کی مدد سے ایک ہی قسم کی دو مقداروں کے درمیان کیے جانے والے مقابلے یا موازنے کو "نسبت" کہتے ہیں اور اس کے لیے ":" کی علامت استعمال کی جاتی ہے۔

اوپر دی گئی مثال میں جونیئر ٹیم اور سینئر ٹیم کے کپتانوں کے اسکور میں **1** اور **2** کی نسبت ہے۔ علامتی طور پر اسے **1:2** لکھتے ہیں۔ اور اسے کسر عام میں $\frac{1}{2}$ لکھتے ہیں۔

اس بات کو یوں بھی کہا جاسکتا ہے کہ سینئر اور جونیئر ٹیم کے کپتانوں نے **2** اور **1** کی نسبت میں رنز اسکور کیے۔

اسے علامتی طور پر **2:1** لکھتے ہیں۔ کیا **1:2** اور **2:1** برابر ہیں؟

واضح رہے کہ $2:1 \neq 1:2$

وجہ معلوم کرنے کے لیے آیئے ایک مثال لیتے ہیں۔

ایک ماں کی عمر بیٹی کی عمر سے **5** گنا ہے۔

اگر ہم بیٹی کی عمر کا مقابلہ ماں کی عمر سے کرتے ہیں تو علامتی طور پر اسے **1:5** کہتے ہیں۔

لیکن اگر ہم ماں کی عمر کا مقابلہ بیٹی کی عمر سے کرتے ہیں تو اس کو علامتی طور پر **5:1** لکھتے ہیں۔

اس طرح دو نسبتیں **1:5** اور **5:1** برابر نہیں ہیں۔

اوپر دی ہوئی مختلف نسبتیں جو ماں اور بیٹی کے درمیان ہیں، وہ یہ ہیں۔

25:5

.30:6

40:8

60:12

یہ سب مساوی نسبتیں کہلاتی ہیں۔ ہر صورت میں ماں کی عمر بیٹی کی عمر کا 5 گنا ہے اور یہ سب نسبتیں 5:1 کے برابر ہیں۔ یہ نسبت کی مختصر ترین صورت ہے۔

کیا آپ نے غور کیا کہ دو مقداروں کے درمیان نسبت قائم کرنے کے بعد نسبت کے ساتھ مقدار کی اکائی کا نام نہیں لکھا گیا ہے۔ کیونکہ نسبت ایک عدد کو ظاہر کرتی ہے۔

یاد رکھیں کہ

نسبت کی کوئی اکائی نہیں ہوتی

جاوید اور فرزانہ کے ابو لندن سے واپسی پر دونوں بچوں کے لیے بالترتیب ایک کیمرہ اور دو ہار خرید کر لائے۔ کیا ان تحفوں میں نسبت قائم کی جاسکتی ہے؟ کیا یہ نسبت 1:2 ہوگی؟ بالکل نہیں کیونکہ کیمرہ اور ہار ایک قسم کی چیزیں نہیں ہیں۔ لیکن ہم کیمرہ اور ہاروں کی قیمت میں نسبت قائم کر سکتے ہیں۔ بتایئے کیوں؟

دو مقداروں کے درمیان نسبت معلوم کرنے کے لیے یہ ضروری ہے کہ دونوں چیزیں ہم نوع یعنی ایک ہی قسم کی ہوں

اسی بات کی وضاحت ہم ایک اور مثال سے کرتے ہیں۔

ایک بچے کی عمر 9 ماہ ہے۔ اس کی بڑی بہن کی عمر 3 سال ہے۔ کیا ان کی عمروں کی نسبت 9:3 ہے؟

یعنی بھائی کی عمر بڑی بہن کی عمر کا 3 گنا ہے۔ جو کہ حقیقت نہیں ہے۔ بہن کی عمر کو بھی مہینوں میں تبدیل کریں گے۔ اس مثال میں نسبت 9:36 لکھی جائے گی۔

2.1.1 نسبت کے ارکان:

نسبت کو ظاہر کرنے والے دونوں اعداد نسبت کے ارکان کہلاتے ہیں۔ نسبت کی علامت کے بائیں طرف لکھی ہوئی رقم کو ''مقدم'' (Antecedent) اور دائیں طرف لکھی ہوئی رقم کو ''موخر'' (Consequent) کہتے ہیں۔ مثال کے طور پر 3:5 میں 3 مقدم اور 5 موخر ہے۔

2.2 نسبت کو مختصر ترین یا معیاری صورت میں تحویل کرنا

آپ یہ جان چکے ہیں کہ نسبت کو کسر کی صورت میں بھی لکھا جاسکتا ہے۔ نسبت کو مختصر ترین صورت میں تحویل کرنے کے ضمن میں دو صورتیں ہوتی ہیں جو کہ مندرجہ ذیل ہیں۔

(i) اگر دی ہوئی نسبت کے ارکان صحیح اعداد ہوں۔ مگر باہم مفرد نہ ہوں تو انہیں ان کے عاداعظم پر تقسیم کرنے سے نسبت مختصر ترین یا معیاری صورت میں تحویل ہوجاتی ہے۔

مثلاً (ارکان کو ان کے عاداعظم 5 پر تقسیم کرنے سے) $5:10 = \frac{5}{10} = \frac{5 \div 5}{10 \div 5} = \frac{1}{2}$

(ارکان کو ان کے عاداعظم 3 پر تقسیم کرنے سے) $27:30 = \frac{27}{30} = \frac{27 \div 3}{30 \div 3} = \frac{9}{10}$

(ii) اگر نسبت کے ارکان کسر میں ہوں تو انہیں ان کے مخرج کے ذواضعاف اقل سے ضرب دینے سے نسبت معیاری صورت میں تبدیل ہوجاتی ہے۔

مثلاً (مخارج کے ذواضعاف اقل 21 سے ضرب کرنے سے) $\frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \times 21 : \frac{5}{7} \times 21 = 14 : 15$

آیئے اب کچھ مثالیں دیکھتے ہیں۔

مثال 1 840 روپے اور 420 روپے میں نسبت معلوم کیجیے۔

حل:

840 : 420

420 : 210 (مقدم اور موخر کو 2 پر تقسیم کیا)

210 : 105 (مقدم اور موخر کو 2 پر تقسیم کیا)

70 : 35 (مقدم اور موخر کو 3 پر تقسیم کیا)

14 : 7 (مقدم اور موخر کو 5 پر تقسیم کیا)

2 : 1 جو کہ مطلوبہ نسبت ہے (مقدم اور موخر کو 7 پر تقسیم کیا)

مثال 2 نسبت معلوم کیجیے اور مختصر ترین صورت میں لکھیے۔

(i) 256 روپے اور 320 روپے (ii) 5.25 روپے اور 7 روپے

(iii) $1\frac{3}{4}$ میٹر اور $\frac{7}{8}$ میٹر

حل: (i) مطلوبہ نسبت = 256 : 320

= 32 : 40 (دونوں ارکان کو 8 پر تقسیم کرنے سے)

= 4 : 5 (دونوں ارکان کو 8 پر تقسیم کرنے سے)

(ii)　مطلوبہ نسبت = 5.25 : 7

= 525 : 700　(دونوں ارکان کو 100 سے ضرب دینے سے)

= 21 : 28　(دونوں ارکان کو 25 پر تقسیم کرنے سے)

= 3 : 4　(دونوں ارکان کو 7 پر تقسیم کرنے سے)

(iii)

$= 1\frac{3}{4} : \frac{7}{8} = \frac{7}{4} : \frac{7}{8}$　(دونوں ارکان کو 8 سے ضرب دینے سے)

= 14 : 7　(دونوں ارکان کو 7 پر تقسیم کرنے سے)

= 2 : 1

مشق 2.1

مندرجہ ذیل مقداروں میں نسبت معلوم کیجیے اور اسے مختصر ترین صورت میں لکھیے۔

(1) 450 روپے اور 360 روپے

(2) 960 کلوگرام اور 1120 کلوگرام

(3) 576 کتابیں اور 360 کتابیں

(4) 6 روپے اور 4.50 روپے

(5) 1.17 روپے اور 1.69 روپے

(6) $\frac{14}{5}$ لیٹر اور $\frac{42}{10}$ لیٹر

(7) 0.25 اور 0.2

(8) 1.5 اور $7\frac{1}{2}$

(9) $1\frac{2}{5}$ لیٹر اور 1800 ملی لیٹر

(10) $25\frac{1}{4}$ کلوگرام اور 1540 گرام

(11) 250 سینٹی میٹر اور 1 میٹر

(12) 4 منٹ 30 سیکنڈ اور 1 گھنٹہ

(13) 300 گرام اور 2 کلوگرام

(14) 5 روپے 50 پیسے اور 9 روپے

2.3 روزمرہ زندگی سے متعلق نسبت پر عبارتی سوالات

مثال 1: ارشد کے گھر سے اسکول کا فاصلہ ایک کلومیٹر 155 میٹر ہے جبکہ، مسجد اس کے گھر سے 245 میٹر دور ہے۔ دونوں فاصلوں میں نسبت معلوم کیجیے۔

حل: یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ دونوں فاصلے ایک ہی یونٹ میں نہیں ہیں۔ ان دونوں مقداروں کو ہم نوع بنانے کے لیے ایک کلومیٹر 155 میٹر کو میٹر میں تبدیل کرتے ہیں، یعنی 1 کلومیٹر 155 میٹر = 1155 میٹر پس مطلوبہ نسبت

1155 : 245 = 231 : 49　　(دونوں ارکان کو 5 پر تقسیم کرنے سے)

= 33 : 7　　(دونوں ارکان کو 7 پر تقسیم کرنے سے)

مثال 2: محمود کی ماہوار آمدنی 8400 روپے ہے۔ اس میں سے وہ 5250 روپے خرچ کر دیتا ہے۔ اس کی:

(i) آمدنی اور خرچ　(ii) آمدنی اور بچت اور　(iii) بچت اور خرچ میں نسبت معلوم کیجیے۔

حل:

محمود کی ماہوار آمدنی = 8400 روپے

ماہوار خرچ = 5250 روپے

ماہوار بچت = 8400 - 5250 = 3150 روپے

(i) آمدنی اور خرچ میں نسبت = 8400 : 5250

= 840 : 525

= 168 : 105 = 56 : 35 = 8 : 5

(ii) آمدنی اور بچت میں نسبت = 8400 : 3150

= 840 : 315

= 280 : 105

= 56 : 21

= 8 : 3

(iii) بچت اور خرچ میں نسبت = 3150 : 5250

= 315 : 525

= 63 : 105

= 9 : 15

= 3 : 5

مثال 3: ایک اسکول میں چھٹی اور ساتویں جماعت کے طلبہ کی تعداد میں 8 اور 5 کی نسبت ہے۔ اگر چھٹی جماعت میں طلبہ کی تعداد 120 ہوتو ساتویں جماعت کے طلباء کی تعداد معلوم کیجیے۔

حل: چھٹی کے طلبہ : ساتویں کے طلبہ = 8 : 5

ساتویں کے طلبہ : چھٹی کے طلبہ = 5 : 8

اس کا مطلب یہ ہے کہ ساتویں جماعت کے طلبہ کی تعداد چھٹی جماعت کے طلبہ کی تعداد کا $\frac{5}{8}$ ہے۔

ساتویں جماعت کے طلبہ کی تعداد = $\frac{5}{8}$ چھٹی جماعت کے طلبہ کی تعداد کا

= $\frac{5}{8}$ کا 120

$= \frac{5}{8} \times 120$

$= \frac{5 \times 120}{8} = 5 \times 15 = 75$ طلباء

مشق 2.2

(1) عامر کے پاس 200 روپے ہیں جبکہ اس کے دوست زاہد کے پاس 225 روپے ہیں عامر اور زاہد کی رقموں میں نسبت معلوم کیجیے۔

(2) شہزاد کی ماہوار آمدنی 15000 روپے ہیں۔ جبکہ اس کے گھریلو اخراجات 12000 روپے ہیں۔ بتایئے اسے ماہوار کتنے روپے بچ جاتے ہیں۔ اور

(i) آمدنی اور خرچ (ii) خرچ اور آمدنی (iii) آمدنی اور بچت (iv) خرچ اور بچت

(v) بچت اور آمدنی میں نسبت معلوم کیجیے۔

(3) ایک اسکول میں طالبات کی کل تعداد 950 ہے۔ ان میں سے 190 طالبات ہاسٹل میں رہائش پذیر ہیں۔ ہاسٹل میں رہنے والی اور کل طالبات کی تعداد میں نسبت معلوم کیجیے۔

(4) چھٹی جماعت کے 54 طلباء میں سے 45 طلباء سہ ماہی امتحان میں ریاضی کے مضمون میں پاس ہوئے۔ پاس ہونے والے طلباء اور کل طلباء کی تعداد میں نسبت معلوم کیجیے۔

(5) مصباح کی عمر 10 سال 8 ماہ ہے۔ اس کے بھائی جواد کی عمر 13 سال 4 ماہ ہے ان کی عمروں میں نسبت معلوم کیجیے۔

(6) ایک مزدور کی یومیہ آمدنی 150 روپے ہے، جبکہ ایک معمار روزانہ 180 روپے کماتا ہے۔ انکی آمدنی میں کیا نسبت ہے؟

(7) آٹے کے ایک تھیلے کا وزن 18 کلوگرام ہے جبکہ دوسرے تھیلے کا وزن 14 کلو 400 گرام ہے۔ ان کے اوزان کی مقداروں میں کیا نسبت ہے؟

(8) رضوان نے 2 کلومیٹر اور 500 میٹر کا فاصلہ پیدل طے کیا اور 7 کلومیٹر کا فاصلہ سائیکل پر طے کیا۔ دونوں فاصلوں میں نسبت معلوم کیجیے۔

(9) دو دوستوں کے پاس 6.30 روپے تھے۔ انھوں نے 2.10 روپے کے انسداد ٹی بی کے ٹکٹ لے لیے۔ ٹکٹوں کی مالیت اوران کے پاس موجود بقایا رقم میں نسبت معلوم کیجیے۔

(10) رقیہ اور آمنہ نے ایک ہفتے میں 5:7 کی نسبت سے ریاضی کے سوالات حل کیے۔ اگر رقیہ نے 25 سوالات حل کیے ہوں تو بتائیے کہ آمنہ نے کتنے سوالات حل کیے؟

(11) کپڑے کے دو ٹکڑوں میں 7:5 کی نسبت ہے۔ اگر پہلے ٹکڑے کی لمبائی 210 میٹر ہو تو دوسرے ٹکڑے کی لمبائی معلوم کیجیے۔

عملی کام/سرگرمیاں

1۔ نسبت معلوم کیجیے۔

(i) کلاس روم کی لمبائی اور چوڑائی میں۔

(ii) ڈیسک اور کرسی کی اونچائی میں۔

(iii) پاکستان کے قومی پرچم کی لمبائی اور چوڑائی میں۔

(iv) آپ کے ہم جماعت طلباء میں سے سائیکل پر آنے والے اور پیدل چل کر آنے والے طلباء کی تعداد میں۔

(v) کمرہ جماعت میں کھڑکیوں، روشندانوں اور دروازوں کی تعداد میں۔

(vi) آپ کے تین دوستوں کے روزانہ جیب خرچ میں۔

(vii) استاد کی میز کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی میں۔

(viii) اردو، انگریزی اور ریاضی کی کتابوں کے صفحات کی تعداد میں۔

2۔ ایک ربڑ کی پٹی اور ایک مسطر (Scale) لیجیے۔ مسطر پر سینٹی میٹر کے نشانات ہوں، ربڑ کو کھینچے بغیر مسطر پر رکھیے۔ ربڑ پر تین نشانات صفر، 2 سینٹی میٹر اور 3 سینٹی میٹر پر لگائیے۔ انہیں B,A اور C کا نام دیجیے۔

A کو صفر کے نشان پر رکھتے ہوئے ربڑ کو اس طرح کھینچیں کہ C کا حرف 6 پر آجائے۔ اب بتائیے B کہاں ہے؟

(i) اگر آپ C کو باری باری 9، 12، 15 پر لے جائیں تو B کہاں ہوگا؟

(ii) ہر صورت میں AB : BC معلوم کیجیے۔

2.4 تین یا تین سے زیادہ مقداروں کے درمیان نسبت کا تصور

آپ نے دیکھا کہ ہم نے دو ہم نوع چیزوں کے درمیان تعلق کو ظاہر کرنے کے لیے نسبت استعمال کی تھی۔ اسی طرح ہم تین یا تین سے زیادہ مقداروں کے درمیان بھی نسبت قائم کر سکتے ہیں۔ آیئے چند مثالیں دیکھتے ہیں۔

مثال 1: 1.4 ، $\frac{2}{5}$ اور $\frac{1}{3}$ میں نسبت قائم کیجیے۔

$$\text{نسبت} = \frac{14}{10} : \frac{2}{5} : \frac{1}{3}$$

چونکہ 5,3 اور 10 کا ذواضعاف اقل 30 ہے لہٰذا ہر مقدار کو 30 سے ضرب دیتے ہیں۔

لہٰذا $$\text{مطلوبہ نسبت} = \frac{14}{\cancel{10}} \times \overset{3}{\cancel{30}} : \frac{2}{\cancel{5}} \times \overset{6}{\cancel{30}} : \frac{1}{\cancel{3}} \times \overset{10}{\cancel{30}}$$

$$= 42 : 12 : 10$$

پس $$\text{مطلوبہ نسبت} = 21 : 6 : 5$$

مثال 2: 0.32، 0.64، 2.56 اور 1.28 کے درمیان نسبت معلوم کیجیے۔ نیز اسے مختصر ترین صورت میں ظاہر کیجیے۔

حل: $$\text{مطلوبہ نسبت} = 0.32 : 0.64 : 2.56 : 1.28$$

(تمام اعداد کو 100 سے ضرب دیتے ہیں۔) لہٰذا $$\text{مطلوبہ نسبت} = 32 : 64 : 256 : 128$$

$$= 2 : 4 : 16 : 8$$

پس $$\text{مطلوبہ نسبت} = 1 : 2 : 8 : 4$$

2.5 تین یا تین سے زیادہ مقداروں میں نسبت سے متعلق عبارتی سوالات

مثال 1: موسم برسات میں شجر کاری کی مہم کے دوران یونیورسٹی کے تین مختلف مضامین کے طلبہ نے بالترتیب 490,560 اور 350 پودے لگائے بتایئے انہوں نے کس نسبت سے پودے لگائے؟

حل:

مطلوبہ نسبت = 560 : 490 : 350

= 56 : 49 : 35

پس　مطلوبہ نسبت = 8 : 7 : 5

مثال 2: A، B، C اور D باہم مل کر ایک کاروبار شروع کیا۔ انہیں منافع میں کس نسبت سے رقم ملے گی؟ اگر انہوں نے بالترتیب 25000 روپے، 20000 روپے، 15000 روپے اور 12000 روپے کی رقم لگائی ہو؟

حل:

$$A : B : C : D = 25000 : 20000 : 15000 : 12000$$

$$= \frac{25000}{1000} : \frac{20000}{1000} : \frac{15000}{1000} : \frac{12000}{1000}$$

پس

$$A : B : C : D = 25 : 2 : 15 : 12$$

یاد رہے کہ نسبت کی مختصر ترین صورت کو نسبت کی معیاری صورت بھی کہتے ہیں۔ اوپر والی مثالوں میں جوابات کو مختصر ترین صورت یا معیاری صورت میں دیکھایا گیا ہے۔

مشق 2.3

(1) مندرجہ ذیل اعداد میں نسبت قائم کیجیے۔ نیز مختصر ترین صورت میں لکھیے۔

(i) 350, 210, 280　(ii) 300, 250, 225　(iii) $\frac{35}{21}, \frac{25}{14}, \frac{10}{7}$

(iv) $\frac{1}{1000}, \frac{1}{100}, \frac{1}{10}$　(v) 8.4, 1.96, 2.8　(vi) 0.51, 0.68, 11.9

(vii) $\frac{13}{4}, 0.6, \frac{13}{20}$　(viii) 1.3, 0.25, 0.2　(ix) $7\frac{1}{2}, 1.5, 0.75$

(2) مندرجہ ذیل مقداروں میں نسبت معلوم کیجیے۔ نیز مختصر ترین صورت میں لکھیے۔

(i) 324 روپے، 600 روپے اور 624 روپے

(ii) 1000 کلوگرام، 2000 کلوگرام اور 6000 کلوگرام

(iii) 150 میٹر، 450 میٹر اور 900 میٹر (iv) ایک گھنٹہ 20 منٹ، 2 گھنٹے 10 منٹ اور 3 گھنٹے

(v) 225 لیٹر، 175 لیٹر اور 350 لیٹر

(3) شجرکاری کی مہم کے دوران تین اسکولوں کے طلبہ نے بالترتیب 52، 65 اور 91 پودے لگائے۔ بتایئے ان طلبہ نے کس نسبت سے پودے لگائے

(4) ریاضی کے ایک معروضی امتحان میں عثمان، سعد اور بلال نے بالترتیب 40، 48 اور 36 سوالات کے جوابات دیئے ہوں تو بتایئے کہ ان تینوں نے کس نسبت سے جوابات دیئے ہیں؟

(5) مندرجہ ذیل اعداد میں نسبت معلوم کیجیے۔ جوابات کو مختصر ترین صورت میں لکھیے۔

(i) 256 , 128 , 64 , 32 (ii) 500 , 250 , 125 , 25

(iii) 90 , 54 , 27 , 81 (iv) 165 , 143 , 110 , 121

(6) مندرجہ ذیل مقداروں میں نسبت قائم کیجیے۔ نیز اسے معیاری صورت میں ظاہر کیجیے۔

(i) 143 کلوگرام، 121 کلوگرام، 165 کلوگرام اور 99 کلوگرام

(ii) 70 روپے، 63 روپے، 77 روپے اور 105 روپے

(iii) $1\frac{3}{4}$ لیٹر، $1\frac{1}{2}$ لیٹر، $1\frac{1}{4}$ لیٹر اور $\frac{3}{4}$ لیٹر

(iv) ایک منٹ 20 سیکنڈ، 3 منٹ، 2 منٹ 10 سیکنڈ اور 40 سیکنڈ

(7) ایک کرکٹر نے اپنے کیریئر میں 180 میچز کھیلتے ہوئے 400 وکٹیں حاصل کیں۔ اور 1250 رنز بنائے۔ بتایئے کہ اس کے میچز، وکٹ، اننگز اور رنز بنانے میں کیا نسبت رہی؟

(8) ایک کرکٹر اپنے کیریئر میں 100 ون ڈے میچز میں سے 35 مرتبہ کیچ آؤٹ، 25 مرتبہ اسٹمپ آؤٹ، 15 مرتبہ رن آؤٹ ہوا۔ جبکہ باقی میچز میں ناٹ آؤٹ رہا ہو تو مندرجہ ذیل میں نسبت قائم کیجیے۔

(i) کیچ آؤٹ، اسٹمپ آؤٹ، رن آؤٹ (ii) ناٹ آؤٹ، رن آؤٹ، کیچ آؤٹ اور اسٹمپ آؤٹ

2.6 کسی مقدار کو دی ہوئی نسبت میں تقسیم کرنا

فرض کیجیے شمائلہ اور کرن کی رقوم میں 3 اور 2 کی نسبت ہے۔ دونوں کے پاس موجود رقوم اور ان کے مجموعے کی مندرجہ ذیل صورت ہو سکتی ہے۔

شمائلہ کے پاس رقم	کرن کے پاس رقم	کل رقم	رقوم میں نسبت	
3 روپے	2 روپے	3+2=5	3:2	پہلی صورت
6 روپے	4 روپے	6+4=10	6:4=3:2	دوسری صورت
9 روپے	6 روپے	9+6=15	9:6=3:2	تیسری صورت

وغیرہ وغیرہ۔

شمائلہ کے پاس پہلی صورت میں کل رقم کا $\frac{3}{5}$ حصہ، دوسری صورت میں کل رقم کا $\frac{6}{10}$ حصہ اور $\frac{9}{15}$ حصہ تیسری صورت میں ہے۔ یعنی ہر صورت میں کل رقم کا $\frac{3}{5}$ حصہ ہے۔

اسی طرح کرن کے پاس ہر صورت میں کل رقم کا $\frac{2}{5}$ حصہ ہے۔

پس اگر ہمیں کل رقم معلوم ہو تو ہر ایک کا الگ الگ حصہ معلوم کر سکتے ہیں۔

فرض کیا اگر کل رقم 15 روپے ہو تو

شمائلہ کے پاس $\frac{3}{5}$ کا 15 $= 15 \times \frac{3}{5} = 9$ روپے

کرن کے پاس $\frac{2}{5}$ کا 15 $= 15 \times \frac{2}{5} = 6$ روپے

پس مذکورہ بالا بحث سے ہم مندرجہ ذیل نتیجے پر پہنچتے ہیں۔

$$\text{پہلا حصہ} = \frac{\text{مقدم}}{\text{نسبت کے ارکان کا مجموعہ}} \times \text{تقسیم طلب مقدار}$$

$$\text{دوسرا حصہ} = \frac{\text{مؤخر}}{\text{نسبت کے ارکان کا مجموعہ}} \times \text{تقسیم طلب مقدار}$$

مثال 1: 70 روپے کو ارشد اور محمود میں 3 اور 4 کی نسبت میں تقسیم کیجیے۔

حل:

نسبت = 3 : 4

نسبت کے ارکان کا مجموعہ = 3 + 4 = 7

اس لیے

ارشد کا حصہ = $70 \times \frac{3}{7} = 10 \times 3 = 30$ روپے

محمود کا حصہ = $70 \times \frac{4}{7} = 10 \times 4 = 40$ روپے

مشق 2.4

1۔ 100 روپے کو عمیر اور سمیر میں 4 اور 6 کی نسبت سے تقسیم کیجیے۔

2۔ 450 روپے کو بلال اور حامد میں 5 اور 4 کی نسبت سے تقسیم کیجیے۔

3۔ 1320 روپے کو احسن، احمد اور عفان میں 1، 2 اور 3 کی نسبت سے تقسیم کیجیے۔

4۔ A اور B نے مل کر ایک کاروبار شروع کیا۔ انہیں 900 روپے منافع ہوا۔ اگر انہوں نے 5 : 4 کی نسبت سے سرمایہ لگایا ہو تو ہر ایک کا حصہ معلوم کیجیے۔

5۔ 1850 روپے منافع کو عامر اور شہزاد میں 3 : 2 کی نسبت سے تقسیم کیجیے۔

6۔ ماروی اور سسی کے حاصل کردہ نمبروں میں 5 اور 7 کی نسبت ہے۔ اگر دونوں کے حاصل کردہ نمبروں کا مجموعہ 360 ہو تو ہر ایک کے نمبر الگ الگ بتائیے۔

7۔ کسی کرکٹ میچ کی دونوں اننگز میں جاوید میاں داد نے 2 اور 6 کی نسبت میں رنز بنائے۔ اگر اس نے پورے میچ میں 220 رنز بنائے ہوں تو ہر اننگز میں رنز کی تعداد الگ الگ بتائیے۔

8۔ ششماہی امتحان میں حمیدہ نے ریاضی اور سائنس میں 7 اور 8 کی نسبت میں نمبر حاصل کیے۔ اگر ان دونوں مضامین میں کل 150 نمبر حاصل کیے ہوں تو بتائیے اس نے ریاضی اور سائنس میں الگ الگ کتنے نمبر حاصل کیے؟

2.7 وراثت

جب کوئی مسلمان مرد یا عورت وفات پا جائے تو جو مال اور جائیداد وہ چھوڑتا ہے ترکہ کہلاتا ہے۔ یہ ترکہ وراثت کے اسلامی قوانین کے مطابق اس کی اولاد اور قریبی رشتہ داروں میں تقسیم ہوتا ہے۔ سب سے پہلے ضروری ہے کہ اگر اس شخص کے ذمے کوئی

وصیت ہو تو اس کے مطابق ادائیگی کر دی جائے۔ بیوی کا مہر بھی قرض ہی میں شمار ہوتا ہے۔ وراثت کا حق صرف اس وقت قائم ہو سکتا ہے، جب کوئی شخص جائیداد چھوڑ کر مر جائے۔ ترکے کی تقسیم اسلامی قوانین کے مطابق زندگی میں نہیں بلکہ مرنے کے بعد ہوتی ہے۔ ترکہ ورثاء میں کس طرح تقسیم ہوتا ہے؟ وضاحت کے لیے چند مثالوں کا مطالعہ کیجیے۔

مثال 1: ایک شخص 72000 روپے کی جائیداد چھوڑ کر وفات پا گیا جو اس کے ورثاء یعنی بیوی، ماں باپ ایک بیٹے اور ایک بیٹی میں تقسیم کی گئی۔ اگر بیوہ کو $\frac{1}{8}$، ماں کو $\frac{1}{6}$، باپ کو $\frac{1}{6}$ اور باقی میں سے لڑکے کو لڑکی سے دُگنا ملے تو ہر ایک کا حصہ معلوم کیجیے۔

حل: کل ترکہ = 72000 روپے

بیوی کا حصہ $= \frac{1}{8} \times 72000 = 9000$ روپے

ماں کا حصہ $= \frac{1}{6} \times 72000 = 12000$ روپے

باپ کا حصہ $= \frac{1}{6} \times 72000 = 12000$ روپے

باقی (اولاد کا حصہ) $= 72000 - (9000 + 12000 + 12000) = 39000$ روپے

بیٹا : بیٹی

2 : 1

نسبتی مجموعہ $= 2 + 1 = 3$

بیٹے کا حصہ $= \frac{2}{3} \times 39000 = 26000$ روپے

بیٹی کا حصہ $= \frac{1}{3} \times 39000 = 13000$ روپے

مثال 2: 150,000 روپے کے ترکے میں سے 30,000 روپے قرضہ ادا کرنے کے بعد باقی ترکے کو ایک بیوہ، 2 بیٹیوں اور 4 بیٹوں میں اس طرح تقسیم کریں کہ بیوہ کو کل کا $\frac{1}{8}$ حصہ ملے اور بقیہ میں سے ہر بیٹے کو ہر بیٹی سے دُگنا ملے۔

حل: کل ترکہ = 150,000 روپے

قرضہ = 30000 روپے

باقی ترکہ $= 150,000 - 30,000 = 120,000$ روپے

بیوہ کا حصہ = $\frac{1}{8} \times 120,000 = 15,000$ روپے

باقی = $120,000 - 15,000 = 105,000$ روپے

4 بیٹوں کا حصہ　:　2 بیٹیوں کا حصہ

$4 : 4$ (بیٹے اور بیٹی کے حصوں میں نسبت 2:1 ہے)

نسبتی مجموعہ = $4 + 4 = 8$

2 بیٹوں کا حصہ = $\frac{4}{8} \times 105,000 = 52500$ روپے

1 بیٹے کا حصہ = $\frac{52500}{2} = 26250$ روپے

4 بیٹیوں کا حصہ = $\frac{4}{8} \times 105,000 = 52500$ روپے

1 بیٹی کا حصہ = $\frac{52500}{4} = 13125$ روپے

مثال 3: ایک عورت کے ورثا میں اس کا خاوند، تین بیٹیاں اور ایک بیٹا ہیں۔ ترکے کی کل رقم کی مالیت 27000 روپے کو اس کے ورثا میں تقسیم کیجیے۔ اگر شوہر کا حصہ $\frac{1}{4}$ ہے تو ہر لڑکے کو لڑکی سے دُگنا حصہ ملے۔

حل:

کل ترکہ = 27000 روپے

خاوند کا حصہ = $\frac{1}{4} \times 27,000 = 6750$ روپے

باقی (اولاد کا حصہ) = $27,000 - 6750 = 20250$ روپے

تین بیٹیوں کا حصہ　:　ایک بیٹے کا حصہ

$2 : 3$

نسبتی اعداد کا مجموعہ = $2 + 3 = 5$

ایک بیٹے کا حصہ = $\frac{2}{5} \times 20250 = 8100$ روپے

3 بیٹیوں کا حصہ = $\frac{3}{5} \times 20250 = 12150$ روپے

1 بیٹی کا حصہ = $\frac{12150}{3} = 4050$ روپے

مشق 2.5

1۔ ایک خاتون نے ترکے میں 25,000 روپے چھوڑے۔ ورثا میں خاوند اور 6 بیٹے تھے۔ اگر خاوند کو ترکے میں $\frac{1}{4}$ اور بیٹوں کو برابر حصے ملیں تو ہر ایک کا حصہ بتائیے۔

2۔ طاہرہ کے ورثا میں ایک خاوند، ایک بیٹا اور 2 بیٹیاں ہیں۔ طاہرہ نے ترکے میں تین لاکھ روپے چھوڑے۔ اگر خاوند کا $\frac{1}{4}$ اور لڑکے کو لڑکیوں سے دگنا حصہ ملے تو ہر ایک کا حصہ معلوم کیجیے۔

3۔ ایک شخص نے 30,000 روپے کا ترکہ چھوڑ کر وفات پائی۔ ترکے کو 4 بیٹوں اور 3 بیٹیوں میں اس طرح تقسیم کیا گیا کہ ہر بیٹی کو بیٹے سے نصف ملا۔ علاوہ ازیں 8000 روپے قرض ادا کیے گئے۔ ہر ایک کا حصہ معلوم کیجیے۔

4۔ فتح محمد نے 56000 روپے ترکہ چھوڑا۔ اگر اس پر 2000 روپے قرض ہوں تو باقی ترکہ مندرجہ ذیل ورثا میں تقسیم کیجیے۔ بیوی کا حصہ $\frac{1}{8}$، ماں کا حصہ $\frac{1}{6}$، باپ کا حصہ $\frac{1}{6}$ اور باقی ترکہ دو بیٹوں میں تقسیم کیجیے۔

5۔ ایک شخص نے دس لاکھ روپے کا مکان اور 5 لاکھ روپے نقد ترکے میں چھوڑا۔ اس کے ورثا میں بیوہ، 2 بیٹے اور ایک بیٹی ہے۔ ترکہ میں بیوی کا $\frac{1}{8}$ حصہ اور بیٹی کو ہر بیٹے سے نصف ملا۔ تو بیوہ، بیٹی اور بھائیوں کا حصہ کس قدر ہوگا۔

2.8 شراکت

جب کسی کاروبار یا تجارت کے لیے زیادہ سرمایہ کی ضرورت ہوتی ہے یا کئی دوست مل کر کوئی کاروبار کرنا چاہتے ہیں تو ان میں سے ہر ایک کچھ نہ کچھ سرمایہ فراہم کرتا ہے جو مساوی بھی ہو سکتا ہے اور غیر مساوی بھی۔ ایسے کاروبار کو جس میں ایک سے زیادہ اشخاص شریک ہوں شراکتی کاروبار کہا جاتا ہے اور جو اشخاص مشترکہ کاروبار کرتے ہیں انھیں شراکت دار کہتے ہیں۔ اگر ہر شراکت دار مساوی سرمایہ فراہم کرتا ہے تو نفع یا نقصان میں برابر کا حقدار ہوتا ہے۔ اور اگر سرمایہ غیر مساوی ہو تو شراکت دار سرمایہ کی نسبت سے نفع یا نقصان کا حصہ دار ہوتا ہے۔

مثال 1: دو دوستوں نے برابر، برابر رقم ملا کر 1500 روپے میں ایک پرانی سائیکل خریدی بعد میں اسے 1800 روپے میں فروخت کر دیا۔ منافع میں ہر ایک کا حصہ معلوم کیجیے۔

حل:

سائیکل کی قیمت فروخت = 1800 روپے

سائیکل کی قیمت خرید = 1500 روپے

منافع = 300 روپے

چونکہ دونوں نے برابر، برابر سرمایا کاری کی تھی

لہٰذا   رقموں میں نسبت = 1 : 1

نسبتی مجموعہ = 1 + 1 = 2

لہٰذا   ہر ایک کا منافع میں حصہ = $300 \times \frac{1}{2} = 150$ روپے

پس منافع میں ہر ایک کا حصہ 150 روپے ہے۔

مثال 2: A اور B نے مل کر ایک کاروبار شروع کیا۔ A نے 1000 روپے اور B نے 1200 روپے دیئے۔ اگر مہینے کے آخر میں کل نفع 1430 روپے ہوا ہو تو ہر ایک کا حصہ الگ الگ بتایئے۔

حل: A اور B کے سرمایوں میں نسبت = 1000 : 1200

$$= \frac{1000}{1200} = 5 : 6$$

نسبت کے ارکان کا مجموعہ = 5 + 6 = 11

کل منافع = 1430 روپے

منافع میں A کا حصہ = $1430 \times \frac{5}{11} = 650$ روپے

منافع میں B کا حصہ = $1430 \times \frac{6}{11} = 780$ روپے

پڑتال: 650 + 780 = 1430

پس A کو 650 روپے اور B کو 780 روپے ملیں گے۔

مشق 2.6

1۔ وسیم اور ندیم نے بالترتیب 5000 روپے اور 7000 روپے ملا کر شراکت میں ایک کاروبار کیا۔ ایک ماہ کے بعد انہیں 2400 روپے منافع ہوا۔ منافع میں ہر ایک کا حصہ بتایئے۔

2۔ سچل اور بچل نے مل کر ایک کاروبار شروع کیا۔ سچل نے 20,000 روپے اور بچل نے 15,000 روپے سرمایہ فراہم کیا۔ ایک سال بعد انہیں کاروبار میں 70,000 روپے منافع ہوا۔ بتایئے منافع میں ہر ایک کا حصہ کیا ہوگا؟

3۔ احمد اور ظفر نے بالترتیب 7,500 اور 10,000 روپے ملا کر ایک کاروبار شروع کیا۔ مہینے کے آخر میں انہیں 700 روپے کا نقصان ہوا۔ بتایئے ہر ایک کو کتنا نقصان برداشت کرنا پڑا؟

4۔ B، A اور C نے شراکت میں کاروبار کیا۔ A نے 16,000 روپے B نے 12,000 روپے اور C نے 14,000 روپے لگائے۔ اگر انہیں اس کاروبار 3801 روپے کا نفع ہوا تو بتایئے ہر ایک کا منافع میں حصہ کیا ہوگا؟

5۔ تین بھائیوں نعیم، سلیم اور حکیم نے مل کر بالترتیب 6000، 8000 اور 9500 روپے سے کتابوں کی ایک دوکان کھولی۔ مہینے کے آخر میں انہیں 4700 روپے کا نفع ہوا۔ بتایئے منافع میں ہر ایک کا کتنا حصہ ہوگا؟

2.9 تناسب

آپ نے نسبت کا تصور سیکھتے ہوئے ایک مثال پڑھی تھی۔ اس مثال میں ماں اور بیٹی کی عمروں میں نسبت قائم کی گئی ہے۔ یہ نسبتیں مندرجہ ذیل ہیں:

$$25 : 5,\quad 30 : 6,\quad 40 : 8,\quad 60 : 12$$

آپ نے سیکھا تھا کہ یہ سب نسبتیں مساوی ہیں۔

دو نسبتوں کی آپس میں برابری کو تناسب کہا جاتا ہے اور ان کو حسابی طریقے سے اس طرح لکھتے ہیں:

$$25 : 5 = 30 : 6$$

یا

$$\frac{25}{5} = \frac{30}{6}$$

یا

$$25 : 5 :: 30 : 6$$

تناسب میں ہمیشہ مساوی کے نشان یا تناسب کی علامت '::' سے ظاہر کی جاتی ہیں، جیسے،

$$16 : 80 = 4 : 20$$

یا

$$16 : 80 :: 4 : 20$$

اسے ہم یوں پڑھیں گے: 16 نسبت 80 تناسب 4 نسبت 20

تناسب میں 4 ارکان ہوتے ہیں جنہیں ترتیب وار پہلا رکن، دوسرا رکن، تیسرا رکن اور چوتھا رکن کہتے ہیں۔ یا پہلا متناسب، دوسرا متناسب، تیسرا متناسب اور چوتھا متناسب کہتے ہیں۔ مندرجہ ذیل کو غور سے دیکھیے۔

طرفین

$$16 : 80 :: 4 : 20$$

وسطین

پہلی اور چوتھی رقم کو طرفین کہتے ہیں۔ اوپر دیئے گئے تناسب میں 16 اور 20 یعنی پہلا اور چوتھا رکن طرفین ہیں۔ دوسری اور تیسری رقم کو وسطین کہتے ہیں۔ اوپر دیئے ہوئے تناسب میں 80 اور 4 یعنی دوسرا اور تیسرا رکن وسطین ہیں۔

اوپر کی مثال میں $\quad 320 = 20 \times 16 =$ طرفین کا حاصل ضرب

اسی طرح $\quad 320 = 4 \times 80 =$ وسطین کا حاصل ضرب

یعنی طرفین اور وسطین کے حاصل ضرب برابر ہیں۔

مثال 1: تناسب $15 : 6 :: 5 : 2$ میں کیا طرفین کا حاصل ضرب وسطین کے حاصل ضرب کے برابر ہے؟

حل: یہاں 2 اور 15 طرفین اور 5 اور 6 وسطین ہیں۔

$30 = 6 \times 5 =$ وسطین کا حاصل ضرب

$30 = 15 \times 2 =$ طرفین کا حاصل ضرب

ان مثالوں سے واضح ہوا کہ: ہم اسی اصول کو اس طرح بیان کر سکتے ہیں:

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

تناسب کے لیے چار اعداد کی ضرورت ہوتی ہے، دو وسطی اور دو باہر کی طرف۔ ان میں سے اگر کوئی بھی عدد نا معلوم ہو تو ہم تناسب کے اصول کے تحت وہ عدد معلوم کر سکتے ہیں۔ آیئے! مثالوں سے اس اصول کو سمجھتے ہیں:

مثال 2: تناسب $12 : \square = 16 : 4$ میں $\square$ کی قیمت بتائیں

حل: چونکہ $\quad 12 : \square = 16 : 4$

اس لیے کلیے کی رو سے: طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

$$16 \times \square = 4 \times 12$$

دونوں طرف 16 پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{16 \times \square}{16} = \frac{4 \times 12}{16}$$

یا $\quad \square = 3$

پس مطلوبہ عدد 3 ہوگا۔

> دیئے ہوئے اصول سے ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ طرفین کے حاصل ضرب کو وسطین کے کسی ایک عدد پر تقسیم کر دیا جائے تو وسطین کا دوسرا عدد حاصل ہو جاتا ہے۔ اسی طرح سے وسطین کے حاصل ضرب کو طرفین کے کسی ایک عدد پر تقسیم کر دیا جائے تو طرفین کا دوسرا عدد حاصل ہو جاتا ہے۔

مثال 3: y کی قیمت معلوم کیجیے۔ جبکہ $9:6=6:y$

حل: چونکہ وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

لہٰذا $9\times y=6\times 6$

یا $\dfrac{9\times y}{9}=\dfrac{6\times 6}{9}$ (دونوں طرف 9 سے تقسیم کرنے سے)

یا $y=4$

پس مطلوبہ عدد 4 ہے۔

مثال 4: x کی قیمت معلوم کیجیے۔ جبکہ $x:3=8:12$

حل: چونکہ وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$x\times 12=3\times 8$

یا $\dfrac{x\times 12}{12}=\dfrac{3\times 8}{12}$

یا $x=2$

مثال 5: اگر $\dfrac{11}{25}:A=\dfrac{3}{5}:\dfrac{25}{22}$ تو A کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: چونکہ طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

$\dfrac{11}{25}:A=\dfrac{3}{5}:\dfrac{25}{22}$

لہٰذا $A\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{11}{25}\times\dfrac{25}{22}$

یا $A\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{5}{3}=\dfrac{11}{25}\times\dfrac{25}{22}\times\dfrac{5}{3}$

یا $A=\dfrac{1\times 5}{2\times 3}=\dfrac{5}{6}$

مشق 2.7

1۔ مندرجہ ذیل تناسبوں میں سے نامعلوم مقدار معلوم کریں:

(i) $4:32=x:16$ (ii) $x:9=5:15$ (iii) $7.2:x=9:5$

(iv) $1.33 : 3.8 = 1.4 : x$ (v) $y : 2.5 = 5.76 : 22.5$ (vi) $2.3 : 2.1 = 0.69 : a$

(vii) $0.07 : 1.4 = 0.49 : a$ (viii) $a : 1.4 = 0.07 : 0.49$ (ix) $\frac{2}{3} : b = \frac{8}{9} : \frac{16}{27}$

2۔ ایک تناسب میں طرفین 5 اور 18 ہیں۔ اگر وسطین میں سے ایک عدد 2 ہو تو دوسرا عدد کیا ہوگا؟

3۔ ایک تناسب میں طرفین 38 اور 35 ہیں۔ اگر وسطین میں ایک عدد 133 ہو تو دوسرا عدد کیا ہوگا؟

4۔ ایک تناسب میں وسطین 25 اور 25 ہیں۔ اگر طرفین میں سے ایک عدد 625 ہے تو دوسرا عدد کیا ہوگا؟

2.11 تناسب راست

نیچے دیئے ہوئے جدول پر غور کریں:

15 کتابوں کی قیمت	75 روپے
10 کتابوں کی قیمت	50 روپے
5 کتابوں کی قیمت	25 روپے
1 کتاب کی قیمت	5 روپے

یعنی کتابوں کی تعداد میں جس نسبت سے کمی کرتے ہیں، اسی نسبت سے کتابوں کی قیمت میں کمی ہو جاتی ہے۔ اسی جدول کو جب ہم نیچے سے اوپر کی طرف دیکھتے ہیں تو جس نسبت سے کتابوں کی تعداد زیادہ ہوتی ہے، اسی نسبت سے کتابوں کی قیمت بڑھ جاتی ہے، یعنی اگر ایک مقدار بڑھتی ہے تو دوسری بھی اسی نسبت سے بڑھتی ہے اور اگر ایک مقدار کم ہو تو دوسری بھی اسی نسبت سے کم ہوتی ہے۔ ایسی مقداروں میں تناسب راست ہوتا ہے۔ یہاں 5 کتابوں اور 10 کتابوں کی قیمت میں وہی نسبت ہے جو 25 روپے اور 50 روپے میں ہے۔

مثال 1: 7 بوری سیمنٹ کی قیمت 1470 روپے ہے۔ 5 بوری سیمنٹ 1050 روپے ہے۔ آیئے ہم ان کی مقداروں اور قیمتوں میں نسبت قائم کر کے پڑتال کرتے ہیں۔ یہ مقداریں تناسب راست میں ہیں۔

حل: سیمنٹ کی بوریوں میں نسبت $7 : 5$ ہے۔

سیمنٹ کی قیمت میں نسبت $1470 : 1050$

$= 147 : 105$

$= 7 : 5$

یعنی جو نسبت سیمنٹ کی بوریوں کی تعداد میں ہے، وہی نسبت سیمنٹ کی قیمت میں ہے۔

پس $1050 : 1470 = 5 : 7$ یہ تناسب، تناسب راست ہے۔

مثال 2: آصفہ 30 الفاظ 2 منٹ میں لکھ سکتی ہے۔ بتائیے 225 الفاظ کتنے منٹ میں لکھے گی؟

حل: فرض کیجیے مطلوبہ وقت x منٹ ہے۔

منٹ	الفاظ	
2	30	
x	225	(راست تناسب)

$$30 : 225 :: 2 : x$$

یا $30x = 225 \times 2$

یا $\frac{30x}{30} = \frac{225 \times 2}{30}$

یا $x = 15$

پس آصفہ کو 225 الفاظ لکھنے کے لیے 15 منٹ درکار ہوں گے۔

مثال 3: جماعت ششم کی ریاضی کی 9 کتابوں کی قیمت 198 روپے ہے۔ بتائیے 12 کتابوں کی قیمت کیا ہوگی؟

حل:

قیمت (روپوں میں)	کتاب (تعداد)	
198	9	
x	12	(راست)

لہٰذا $9 : 12 :: 198 : x$

$$9x = 12 \times 198$$

$$\frac{9x}{9} = \frac{12 \times 198}{9}$$

$$x = 264$$

پس ریاضی کی 12 کتابوں کی قیمت 264 روپے ہے۔

مشق 2.8

1۔ ایک مسافر بس کا 1000 کلومیٹر کا کرایہ 200 روپے ہے تو 3500 کلومیٹر کا کرایہ کیا ہوگا؟

2۔ ایک کمپیوٹر کا پرنٹر ایک گھنٹے میں 7260 کاغذ چھاپتا ہے۔ بتائیے وہی کمپیوٹر 40 منٹ میں کتنے کاغذ چھاپے گا؟

3۔ 5 کلو چائے کی قیمت 1350 روپے ہے، $6\frac{1}{2}$ کلو چائے کی قیمت کیا ہوگی؟

4۔ ایک طالب علم روزانہ صبح 8 کلومیٹر کی سیر ایک گھنٹہ 36 منٹ میں کرتا ہے بتائیے ایک ہفتے میں کتنے کلومیٹر چلے گا؟

5۔ 900 کلومیٹر سفر کرنے میں 1500 روپے کا پیٹرول خرچ ہوتا ہے۔ بتائیے 5400 کلومیٹر سفر میں کتنے روپے کا پیٹرول خرچ ہوگا؟

6۔ رابعہ ایک ہفتے میں 21 گھنٹے اسکول سے آنے کے بعد پڑھتی ہے۔ بتائیے وہ روزانہ کتنے گھنٹے پڑھتی ہے؟ اور ایک ماہ میں کتنے گھنٹے پڑھتی ہے؟

7۔ تسنیم نے اسکول کے یونیفارم کے لیے اپنی کلاس کی 25 لڑکیوں کے لیے 20 میٹر ربن خریدا۔ بتائیے 100 میٹر ربن کتنی لڑکیوں کے لیے کافی ہوگا؟

8۔ ایک ریل گاڑی 800 کلومیٹر کا سفر 6 گھنٹے میں طے کرتی ہے۔ اسی رفتار سے 15 گھنٹے میں کتنے کلومیٹر کا سفر طے کرے گی؟

2.11 تناسب معکوس

بعض حالات میں 2 مقداروں کے درمیان ایسا تناسب ہوتا ہے جس میں اگر ایک مقدار خاص نسبت میں بڑھتی ہے تو دوسری اسی نسبت سے کم ہوجاتی ہے۔ یا ایک مقدار کسی خاص نسبت سے کم ہوتی ہے تو دوسری اسی نسبت سے بڑھ جاتی ہے۔ مقداروں کی درمیان اس قسم کے تعلق کو تناسب معکوس کہتے ہیں۔ آئیے! مثالوں کے ذریعے تناسب معکوس کو سمجھتے ہیں۔

مثال 1: فرض کیجیے 60 دن میں 28 آدمی ایک کام کر سکتے ہیں۔ وہی کام 20 آدمی کتنے دن میں کر سکیں گے؟

حل: اگر غور کیا جائے تو معلوم ہوگا کہ 20 آدمی وہی کام اتنی جلدی نہیں کر پائیں گے جتنی جلدی 28 آدمی وہ کام کر سکتے ہیں اس کا مطلب یہ ہوا کہ 20 آدمیوں کو وہ کام مکمل کرنے کے لیے زیادہ دن درکار ہوں گے۔

یعنی جب نسبت کی ایک مقدار کم ہوگئی تو دوسری مقدار اسی نسبت سے بڑھ جائے گی یا آدمیوں میں نسبت دنوں کی معکوس نسبت کے برابر بڑھے گی۔ ان دونسبتوں کو ہم اس طرح لکھیں گے کہ دونوں کی نسبت میں مؤخر مقدم بن جائے گا۔

دن (تعداد)	آدمی (تعداد)	
60	28	
x	20	(معکوس تناسب)

$$20 : 28 :: 60 : x$$

$$20x = 28 \times 60$$ یا

$$\frac{20x}{20} = \frac{28 \times 60}{20}$$ یا

$$x = 84$$ یا

پس　اسی کام کو 20 آدمی 84 دنوں میں مکمل کریں گے۔

مثال 2: ایک کیمپ میں 30 فوجیوں کے لیے 24 دن کی خوراک موجود ہے۔ بتایئے وہی خوراک 90 دن کے لیے کتنے فوجیوں کے کام آسکتی ہے؟

حل:

فوجی (تعداد)	دن (تعداد)	
30	24	
x	90	(معکوس تناسب)

$$90 : 24 :: 30 : x$$

$$90x = 24 \times 30$$ یا

$$\frac{90x}{90} = \frac{24 \times 30}{90}$$ یا

$$x = 8$$ یا

پس　وہی خوراک 90 دنوں کے لیے 8 فوجیوں کے کام آسکتی ہے۔

مشق 2.9

1۔ 40 آدمی ایک کام 72 دن میں کر سکتے ہیں۔ بتائیں وہی کام 45 آدمی کتنے دن میں کریں گے؟

2۔ ایک قلعہ میں 300 آدمیوں کے لیے 30 دن کی خوراک موجود ہے۔ بتائیں وہی خوراک 90 آدمی کتنے دن کھائیں گے؟

3۔ 8 لڑکیاں مل کر ایک دوپٹے پر گوٹہ 20 گھنٹے میں لگاتی ہیں۔ ان میں سے 3 لڑکیاں چلی گئیں۔ بتائیں باقی لڑکیاں یہی گوٹہ کتنے گھنٹے میں لگائیں گی؟

4۔ ایک مہاجر کیمپ میں 40 آدمیوں کے لیے 7 دن کی خوراک موجود تھی۔ بتائیے یہی خوراک 56 آدمی کتنے دن تک استعمال کر سکیں گے؟

5۔ ایک مقام پر 600 آدمیوں کے لیے 18 دن کی خوراک موجود ہے۔ بتائیں 27 دن کے لیے وہی خوراک کتنے آدمیوں کے لیے کافی ہوگی۔

متفرق مشق 2

1۔ 9 کی 3 سے کیا نسبت ہے؟

2۔ 20 کی 50 سے نسبت کسر کی شکل میں لکھیے۔

3۔ 16 کی 88 سے نسبت معلوم کیجیے۔

4۔ 6 کی نسبت $\frac{1}{3}$ سے بتائیے۔

5۔ ایک بس موٹروے پر 80 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ بتائیے $1\frac{1}{2}$ گھنٹے میں وہ کتنا سفر طے کرے گی؟

6۔ اگر 12 میٹر اونچی دیوار 15 آدمی ایک مقررہ وقت میں بنا سکیں تو 6 میٹر اونچی دیوار کتنے آدمی اتنے ہی وقت میں بنائیں گے؟

7۔ ایک گھر 60 آدمی 3 ماہ میں تعمیر کر لیتے ہیں۔ بتائیے وہی گھر کتنے آدمی 2 ماہ میں مکمل کر لیں گے؟

8۔ ابراہیم نے ریاضی اور سائنس میں 7 اور 8 کی نسبت سے نمبر لیے۔ اگر اس نے ان دونوں مضامین میں ملا کر 150 نمبر لئے ہوں تو بتائیے اس نے ریاضی اور سائنس میں الگ الگ کتنے نمبر حاصل کیے۔

خلاصہ

- جب دو مقداروں کا مقابلہ کرتے ہیں تو نسبت کا لفظ استعمال کیا جاتا ہے۔ نسبت کی کوئی اکائی نہیں ہوتی۔ نسبت کی علامت (:) ہے۔
- دو مقداروں کے درمیان نسبت معلوم کرنے کے لیے دونوں چیزوں کا ہم نوع یعنی ایک قسم کا ہونا ضروری ہے۔
- نسبت کو ظاہر کرنے والے دونوں اعداد نسبت کے ارکان کہلاتے ہیں۔ نسبت کی علامت کے بائیں طرف لکھی ہوئی رقم کو 'مقدم' اور دائیں طرف لکھی ہوئی رقم کو 'مؤخر' کہتے ہیں۔ مثلاً 7 : 3 میں 3 مقدم اور 7 'مؤخر' کہلاتا ہے۔
- کسی مقدار کو دی ہوئی نسبت میں اس طرح تقسیم کیا جاتا ہے۔

پہلی مقدار = تقسیم طلب مقدار × $\frac{\text{مقدم}}{\text{نسبتی مجموعہ}}$	مطلوبہ دوسری مقدار = تقسیم طلب مقدار × $\frac{\text{مؤخر}}{\text{نسبتی مجموعہ}}$

- جب کوئی مسلمان مرد یا عورت وفات پا جائے تو وہ مال یا جائیداد جو وہ چھوڑ کر جائے ترکہ یا 'وراثت' کہلاتی ہے۔ یہ ترکہ اسلامی وراثت کے قوانین کے مطابق اس کی اولاد اور قریبی رشتہ داروں میں تقسیم کر دیا جاتا ہے۔
- جب کسی کاروبار یا تجارت کے لیے زیادہ سرمائے کی ضرورت ہوتی ہے یا کئی افراد مل کر کوئی کاروبار کرنا چاہتے ہیں تو ان میں سے ہر ایک کچھ نہ کچھ سرمایہ فراہم کرتا ہے۔ ایسے کاروبار کو جس میں ایک سے زیادہ اشخاص شریک ہوں، شراکتی کاروبار کہتے ہیں اور ان میں شریک افراد کو شراکت دار کہا جاتا ہے۔
- دو نسبتوں کی آپس میں برابری کو تناسب کہا جاتا ہے اور اس کو علامتی طور پر (::) اس طرح ظاہر کیا جاتا ہے۔ مثلاً 10 : 6 = 5 : 3 یا 10 : 6 :: 5 : 3 میں چار رقوم ہیں۔ پہلی اور چوتھی رقم کو طرفین، جبکہ دوسری اور تیسری رقم کو وسطین کہا جاتا ہے۔
- طرفین کا حاصل ضرب وسطین کے حاصل ضرب کے مساوی ہوتا ہے۔
- تناسب کی دو اقسام ہوتی ہیں (1) تناسب راست (2) تناسب معکوس
- دو مقداروں کا ایسا تعلق جس میں ایک مقدار کے بڑھنے سے دوسری مقدار میں بھی اسی نسبت سے اضافہ ہو جائے یا ایک مقدار کے کم ہو جانے سے دوسری مقدار بھی اسی نسبت سے کم ہو جائے تو اسے تناسب راست کہتے ہیں۔
- دو مقداروں کا ایسا تعلق جس میں ایک مقدار کے کم ہو جانے سے دوسری مقدار میں اسی نسبت سے اضافہ ہو جائے یا ایک مقدار کے بڑھنے سے دوسری مقدار میں اسی قدر کمی واقع ہو جائے تو اسے تناسب معکوس کہتے ہیں۔



سِمتی اعداد

اس جماعت میں آپ مندرجہ ذیل تصورات سیکھیں گے۔
1۔ عددی خط اور سمتی اعداد
2۔ مطلق قیمت
3۔ سمتی اعداد کی جمع و تفریق

3.1 اعادہ

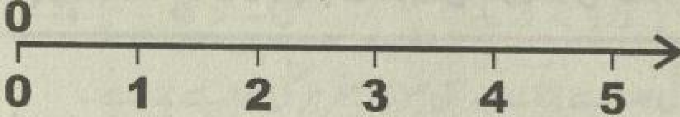
مکمل اعداد کون سے ہیں؟

کیا اعداد 1، 2، 3، ... مکمل اعداد ہیں؟

ان میں سے اعداد 1، 2، 3، ... کیا کہلاتے ہیں؟

کیا ان کو قدرتی اعداد کہتے ہیں؟ (ہاں)

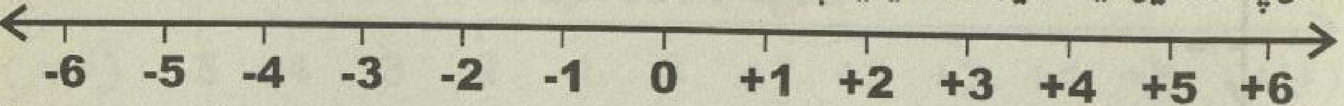
آپ تیسری جماعت میں عددی شعاع کے بارے میں پڑھ چکے ہیں اور جانتے ہیں کہ کس طرح صفر اور قدرتی اعداد کو عددی شعاع پر ظاہر کیا جاتا ہے۔



ہم شعاع کے سرے کو 0 سے ظاہر کرتے ہیں اور مناسب اکائی لے کر 0 سے مساوی فاصلوں پر نقاط کے لیے نشانات لگاتے ہیں اور ان نقاط کو بالترتیب اعداد ...... ,4 ,3 ,2 ,1 سے ظاہر کرتے ہیں۔ اس طرح سے حاصل کردہ تیر یا شعاع کو عددی شعاع کہتے ہیں۔

3.2 عددی خط

ایک خط مستقیم کھینچیے اور اس پر نقطہ 0 لیں۔ فرض کریں یہ نقطہ صفر کو ظاہر کرتا ہے۔ مناسب اکائی لیتے ہوئے خط پر مساوی فاصلوں پر نقاط لگائیں جیسا کہ ذیل میں دکھایا گیا ہے۔



ہم صفر کے دائیں جانب کے نقاط کو 1+، 2+، 3+، 4+، 5+، 6+ وغیرہ سے ظاہر کرتے ہیں اور صفر کے

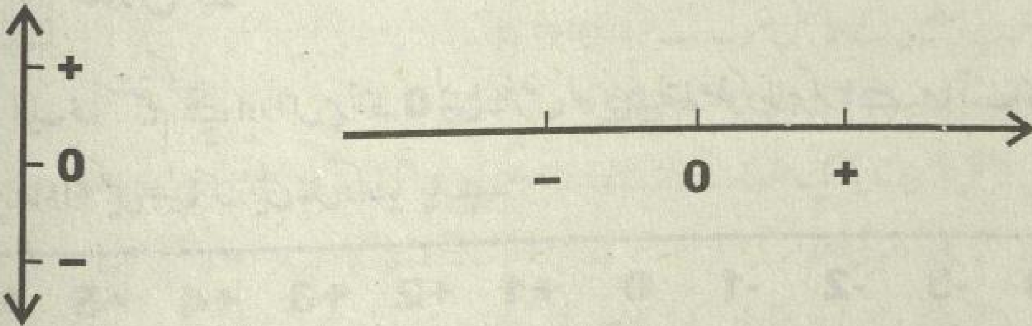
بائیں جانب کے نقاط کو 1-، 2-، 3-، 4-، 5-، 6- وغیرہ سے ظاہر کرتے ہیں۔ 1+، 2+، 3+، ... کو مثبت اعداد اور 1-، 2-، 3-، ... کو منفی اعداد کہا جاتا ہے۔ صفر نہ تو مثبت ہے اور نا ہی منفی۔ یوں اجتماعی طور پر ان اعداد کو سمتی اعداد کہتے ہیں اور خط کو عددی خط کہا جاتا ہے۔ پس اعداد...، 3+، 2+، 1+، 0، 1-، 2-، 3-، ... سمتی اعداد کہلاتے ہیں۔ انہیں صحیح اعداد بھی کہتے ہیں۔ مثبت اعداد کو علامت "+" کے بغیر بھی لکھا جاتا ہے۔

تاریخی پس منظر

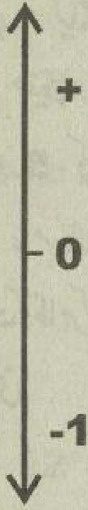
شروع میں قدرتی اعداد گنتی کی سہولت کے لیے استعمال ہوئے۔ منفی اعداد کا کوئی تصور نہ تھا۔ منفی اعداد کا ذکر 200 قبل مسیح کے چین میں ملتا ہے۔ چینی ان اعداد کو سرخ سیاہی میں لکھتے تھے۔ ساتویں صدی میں پاک بھارت براعظم میں منفی اعداد کا استعمال شروع ہوا۔ منفی اعداد کو عدد کے اوپر بندی ڈال کر ظاہر کیا جاتا تھا۔ یورپ میں 16 ویں صدی تک منفی اعداد کے وجود کو تسلیم نہیں کیا جاتا تھا۔ اٹلی کے مشہور عالم کارڈونو (Cardono)(1501-1570) مثبت اعداد کو صحیح اعداد اور منفی اعداد کو نقلی اعداد کہتے تھے۔

3.3 سمتی فاصلہ

ایک خط مستقیم پر دو سمتیں ہوتی ہیں۔ ایک نقطہ 0 کے دائیں جانب اور دوسری نقطہ 0 کے بائیں جانب۔ ان میں سے ایک سمت کو مثبت اور دوسری کو منفی لیتے ہیں۔ عام طور پر 0 کے دائیں طرف والی سمت کو مثبت اور بائیں طرف والی سمت کو منفی لیتے ہیں۔ کسی بھی عدد کا صفر سے فاصلہ سمتی فاصلہ کہلاتا ہے۔ عمودی یا راسی خط کی صورت میں شمالی سمت کو مثبت اور جنوبی سمت کو منفی سمت لیتے ہیں۔



ذیل میں اعداد کے سمتی فاصلوں پر غور کیجیے۔



عدد 1+ کا 0 سے سمتی فاصلہ ایک اکائی دائیں طرف ہے۔

عدد 2+ کا 0 سے سمتی فاصلہ دو اکائیاں دائیں طرف ہے۔

عدد 1- کا 0 سے سمتی فاصلہ ایک اکائی بائیں طرف ہے۔

عدد 2- کا 0 سے سمتی فاصلہ دو اکائیاں بائیں طرف ہے۔

عدد 4+ کا 0 سے سمتی فاصلہ چار اکائیاں دائیں طرف ہے۔

دو سمتی اعداد کا مقابلہ کرنے کے لیے ہم ان اعداد کے مقامات کو عددی خط پر دیکھتے ہیں۔ اگر عدد a عدد b کے دائیں طرف واقع ہو تو a بڑا ہے b سے اور b چھوٹا ہے a سے۔ بڑا ہے کے لیے علامت < استعمال ہوتی ہے اور چھوٹا ہے کے لیے علامت > استعمال ہوتی ہے۔

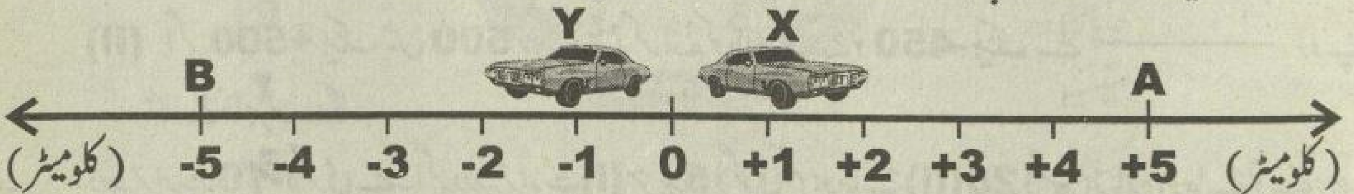
مثلاً　3+ < 5+ یا 5+ > 3+　　　6- < 4- یا 4- > 6-

نوٹ کریں کہ ہر مثبت عدد منفی عدد سے بڑا ہے۔ اسی طرح صفر ہر منفی عدد سے بڑا ہے۔

3.4 مطلق قیمت

جیسا کہ آپ پڑھ چکے ہیں کہ اگر عددی خط پر 0 سے دائیں طرف ہٹیں تو مثبت اعداد ملیں گے اور اگر بائیں جانب ہٹیں تو منفی اعداد ملیں گے۔ یہ مثبت اور منفی علامات دراصل سمتیں ہیں لیکن بعض اوقات ایسا ہوتا ہے کہ ہمیں سمت سے کوئی دلچسپی نہیں ہوتی اور ہمارے نزدیک اعداد کی صرف ہندسی قیمت ہی اہم ہوتی ہے۔

مثلاً ایک عددی خط جس پر کلومیٹر دکھائے گئے ہیں اور دو بالکل ایک ہی جیسی گاڑیاں لیجیے۔



A مقام کی قیمت 5+ ہے اور B مقام کی قیمت 5- ہے۔

فرض کیجیے دو بالکل ایک ہی جیسی گاڑیاں **X** اور **Y**، مقام **0** سے مخالف سمتوں میں چلتی ہوئی بالترتیب **A** اور **B** مقام پر پہنچتی ہیں۔ تو کیا **X** گاڑی نے **5+** کلومیٹر اور **Y** گاڑی نے **5-** کلومیٹر فاصلہ طے کیا؟

حقیقتاً ان دونوں گاڑیوں نے مختلف سمتوں میں مساوی فاصلہ طے کیا ہے۔ یہ بات اس صورت میں سمجھ میں آسکتی ہے جب ہم **5+** اور **5-** کی علامتوں کو نظر انداز کریں۔

عام حالات میں **5+** اور **5-** مساوی نہیں ہوسکتے لیکن یہاں پر علامات نظر انداز کر کے ان کے فاصلہ کو مساوی لیا گیا ہے۔ اس کیفیت کو ظاہر کرنے کے لیے ان اعداد کو دو لائنوں کے درمیان لکھتے ہیں۔ جسے مطلق قیمت **(Absolute Value)** کہتے ہیں۔ یعنی

$$|-5| = |+5| = 5$$

$|+5|$ اور $|-5|$ مطلق قیمتیں ہیں اور ان کے ذریعہ سمتی فاصلہ ظاہر کیا گیا ہے۔ یعنی کسی سمتی عدد کی مطلق قیمت اس سمتی عدد کا صفر '0' سے فاصلہ ہے۔ سمتی عدد کی مطلق قیمت ہمیشہ مثبت ہوتی ہے۔

اوپر کی مثال میں، $|+5| = 5$ یعنی دائیں جانب جانے والی گاڑی کا صفر سے طے کردہ فاصلہ **5** اکائی ہے۔ اسی طرح $|-5| = 5$ یعنی بائیں جانب جانے والی گاڑی کا صفر سے طے کردہ فاصلہ بھی **5** اکائی ہے۔

مشق 3.1

1۔ مندرجہ ذیل سمتی اعداد کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

(i) 4 اور 1- **(ii)** 3 اور 3- **(iii)** 4- اور 2 **(iv)** 1- اور 2

2۔ مطلق قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $|5|$ **(ii)** $|-3|$ **(iii)** $|0|$ **(iv)** $|-16|$

3۔ مندرجہ ذیل جملوں کو مکمل کیجیے۔

(i) اگر **8-** سطح سمندر سے **8** میٹر کی گہرائی کو ظاہر کرے تو **40+** سطح سمندر سے ______ ظاہر کرتا ہے۔

(ii) اگر **500+** بینک میں **500** روپے جمع کرنے کو ظاہر کرے تو **450-** بینک سے ______ روپے نکالنے ظاہر کرے گا۔

4۔ درجہ حرارت **10-** ڈگری ہے۔ اگر درجہ حرارت **(i)** مزید **5** ڈگری کم ہو جائے **(ii)** **20** ڈگری زیادہ ہو جائے تو نئے درجہ حرارت کیا ہوں گے؟

5۔ مندرجہ ذیل میں کون سا عدد چھوٹا ہے؟

(i) 5 ، -5　　(ii) -2 ، 7　　(iii) -4 ، -15

6۔ خالی جگہ کو علامت ">" یا "<" سے پُر کیجیے۔

(i) 10 ... 9　　(ii) 7 ... -12　　(iii) 3 ... 0　　(iv) 200 ... 144

7۔ مندرجہ ذیل اعداد کو ترتیب صعودی میں لکھیے۔

(i) -3, -5, 0, -50, -80　　(ii) 1, -1, 400, 3, -2

8۔ ایک مقام کا سردیوں میں رات 12 بجے کا ایک ہفتے کا درجہ حرارت مندرجہ ذیل ہے۔

اتوار 17°C ، پیر 21°C ، منگل 22°C ، بدھ 9°C ، جمعرات 1°C ، جمعہ 3°C اور ہفتہ 12°C -

مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

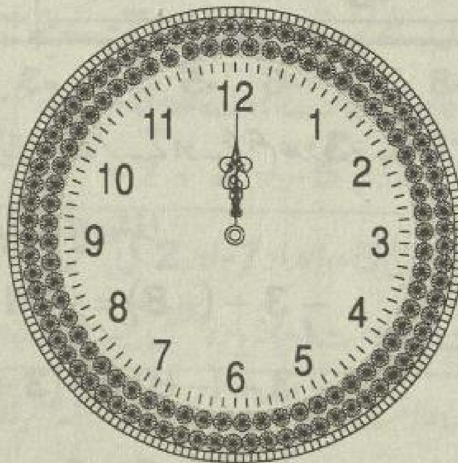
(i) کس دن سب سے زیادہ سردی تھی؟

(ii) کن دنوں میں درجہ حرارت 10°C - سے کم تھا؟

(iii) کون سے دنوں میں درجہ حرارت 0°C سے زیادہ تھا؟

9۔ ہر ملک کا معیاری وقت انگلینڈ میں واقع گرین وِچ کے جی ایم ٹی (گرین وِچ میری لینڈ ٹائم) (GMT) سے مطابقت رکھتا ہے۔ جب 0 گھنٹے GMT ہوں تو دوسرے ممالک کے اوقات مندرجہ ذیل جدول میں دیئے گئے ہیں۔

ملک	معیاری وقت (گھنٹوں میں)
چلی	-4
لیبیا	+1
آئرلینڈ	-1
کینیا	+3
جاپان	+9
میکسیکو	-7
پاکستان	+5



(i) کون سے ممالک کا معیاری وقت GMT سے قریب تر ہے؟

(ii) کون سے ممالک کا معیاری وقت **GMT** سے سب سے زیادہ دور ہے؟

(iii) کون سے ممالک کا معیاری وقت **GMT** کی مطابقت سے مثبت ہے؟

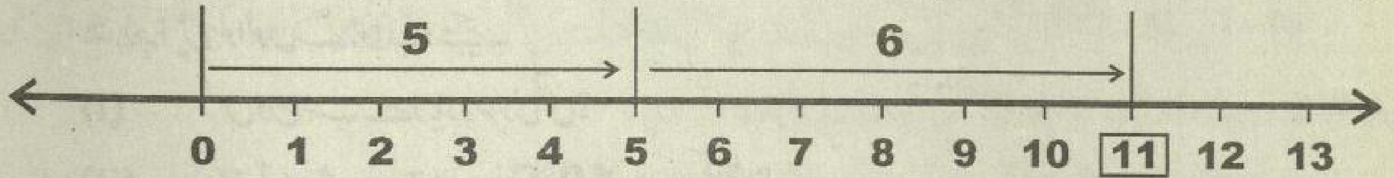
(iv) کون سے ممالک کا معیاری وقت **GMT** کی مطابقت سے منفی ہے؟

3.5 سمتی اعداد کی جمع

سمتی اعداد کو جمع کرنے کے طریقے کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی گئی ہے۔

مثال 1: $6 + 5$ کو عددی خط پر دکھایئے۔

حل: عددی خط کے نقطہ **0** سے شروع ہو کر مثبت سمت میں **5** اکائیاں فاصلہ طے کرتے ہیں۔

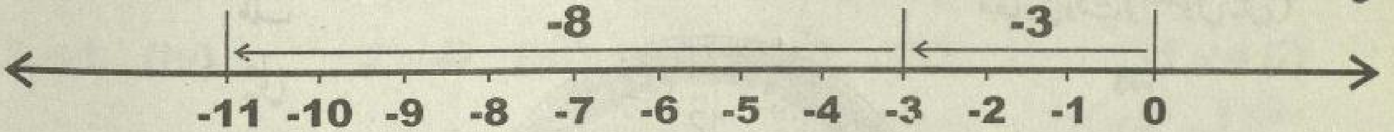


اور پھر مثبت سمت میں مزید **6** اکائیاں سفر کرتے ہوئے ہم نقطہ **11** کے مقام پر پہنچ جاتے ہیں، لہٰذا

$$5 + 6 = 11$$

مثال 2: **3-** اور **8-** کا حاصل جمع عددی خط پر دکھایئے۔

حل:



نقطہ **0** کے بائیں طرف تین اکائیاں طے کرتے ہوئے ہم عدد **3-** کے مقام پہنچتے ہیں۔ پھر اسی سمت میں مزید **8** اکائیاں سفر کرتے ہوئے عدد **11-** کے مقام پر پہنچ جاتے ہیں، لہٰذا

$$-3 + (-8) = -11$$

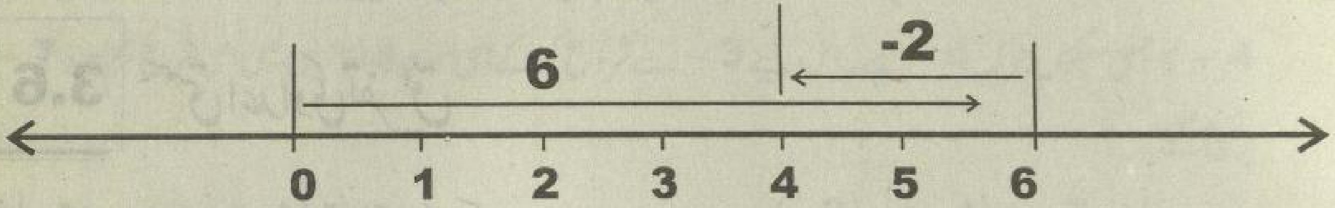
نوٹ کیجیے کہ $-3 + (-8) = -(3 + 8)$

یہاں **3** عدد **3-** کی مطلع قیمت ہے اور **8** عدد **8-** کی مطلق قیمت ہے۔

پس دو منفی اعداد کی حاصل جمع ان اعداد کی مطلق قیمتوں کا حاصل جمع ہے۔ اور حاصل جمع کی علامت **(-)** ہے۔

مثال 3: $(-2) + 6$ عددی خط پر معلوم کیجیے۔

حل:



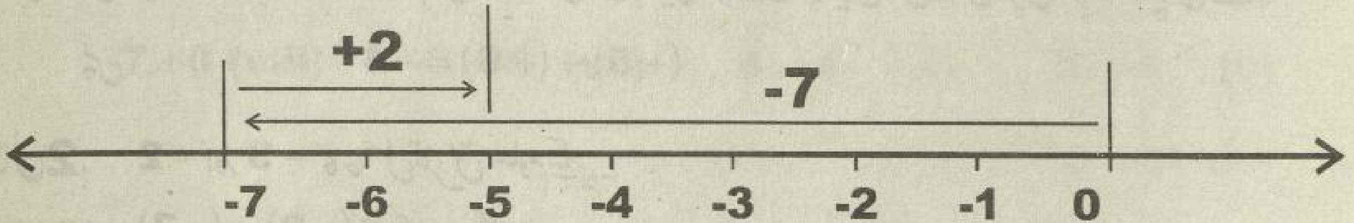
نقطہ 0 کے دائیں طرف 6 اکائیاں طے کرتے ہوئے ہم عدد 6 کے مقام پر پہنچتے ہیں۔ چونکہ دوسرا عدد منفی ہے، لہٰذا 6 کے مقام سے منفی سمت میں 2 اکائیاں فاصلہ طے کرتے ہوئے عدد 4 کے مقام پر پہنچتے ہیں۔

اس لیے　$6 + (-2) = +4$

> نوٹ کیجیے کہ حاصل جمع 4، اعداد 6 اور 2- کی مطلق قیمتوں کا حاصل تفریق ہے۔ حاصل جمع کی علامت (+) زیادہ مطلق قیمت والے عدد کی علامت ہے۔

مثال 4: $-7 + 2$ کو عددی خط پر دکھائیے۔

حل:



نقطہ 0 کے منفی سمت میں 7 اکائیاں طے کرتے ہوئے ہم عدد 7- کے مقام پر پہنچتے ہیں۔ چونکہ دوسرا مثبت ہے، اس لیے 7- کے مقام سے مثبت سمت میں 2 اکائیاں فاصلہ طے کرتے ہوئے عدد 5- کے مقام پر پہنچ جاتے ہیں، لہٰذا

$$-7 + 2 = -5$$

> نوٹ کیجیے کہ یہاں حاصل جمع 5-، اعداد 7- اور 2 کی مطلق قیمتوں کا حاصل تفریق ہے۔ یہاں حاصل جمع منفی ہے، یہ علامت (-) زیادہ مطلق قیمت والے عدد کی علامت ہے۔

نوٹ: کسی بھی سمتی عدد اور اس کے مخالف علامت والے سمتی عدد کا مجموعہ ہمیشہ صفر ہوتا ہے۔

مثلاً　$2 + (-2) = 0$　اور　$(-2) + 2 = 0$

$5 + (-5) = 0$　اور　$(-5) + 5 = 0$　وغیرہ

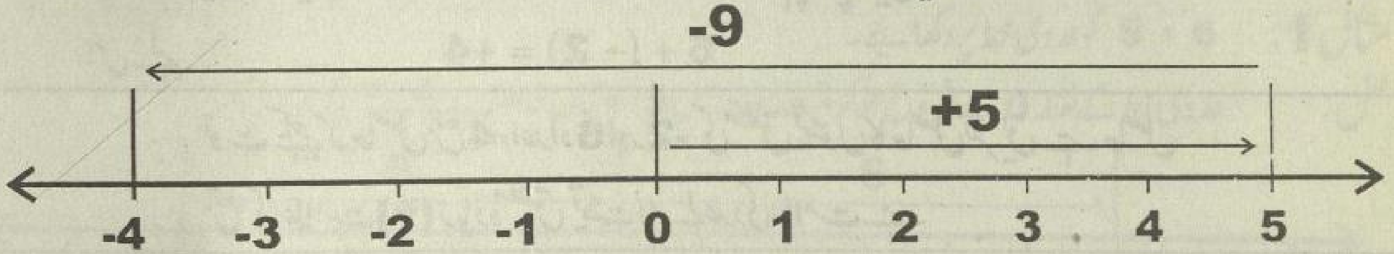
یہاں 2- اور 2 ایک دوسرے کے جمعی معکوس ہیں۔

اسی طرح 5 اور 5- بھی ایک دوسرے کے جمعی معکوس ہیں۔

3.6 سمتی اعداد کی تفریق

مثال 1: 5 اور 9 کا حاصل تفریق معلوم کیجیے۔

حل: (9 +) - (5 +) حل کریں گے۔

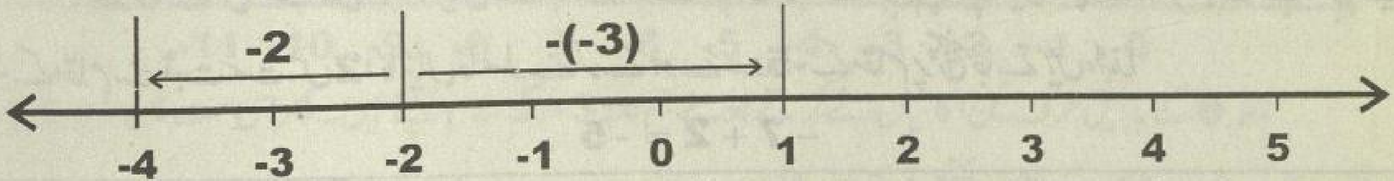


5 + کو ظاہر کرنے کے لیے "0" سے شروع کر کے دائیں طرف 5 اکائیاں لیں۔ (9 +) - کا مطلب ہے 9 + کا جمعی معکوس یعنی 9 - اب 5 + سے شروع کر کے اس کے بائیں طرف 9 اکائیاں لیں۔ اس طرح ہم 4- پر پہنچ گئے۔

پس $(+5) - (+9) = -4$

مثال 2: 2 - اور 3 - کا حاصل تفریق معلوم کیجیے۔

حل: (3 -) - (2 -) حل کریں گے۔



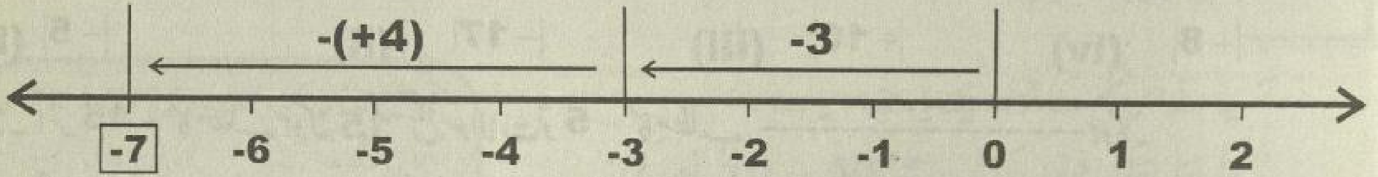
2 - کو ظاہر کرنے کے لیے "0" سے شروع کر کے بائیں طرف دو اکائیاں لیں۔ (3 -) - کا مطلب ہے 3 - کا جمعی معکوس جو کہ 3 + ہے۔ اس لیے 2 - سے شروع کر کے اس کے دائیں طرف 3 اکائیاں لیں اس طرح ہم عدد 1+ پر پہنچ گئے۔

پس $(-2) - (-3) = +1$

مثال 3: $(-3)-(+4)$ کو حل کیجیے۔

حل: 3 - کو ظاہر کرنے کے لیے "0" سے شروع کر کے بائیں طرف تین اکائیاں لیں۔ (4 +) - کا مطلب ہے 4 + کا جمعی معکوس جو کہ 4 - ہے۔اس لیے 3 - سے شروع کر کے اسی سمت 4 اکائیاں لیں اس طرح ہم عدد 7 - پر پہنچ گئے۔

پس $(-3)-(+4) = -7$



مشق 3.2

1۔ عددی خط کی مدد سے حاصل جمع معلوم کیجیے۔

(i) 7- اور 11 (ii) 3 اور 4- (iii) 2- اور 8- (iv) 5- اور 5

(v) 4- اور 5 (vi) 5- اور 4 (vii) 6- اور 3- (viii) 0 اور 7-

2۔ عددی خط کی مدد لیے بغیر حل کیجیے۔

(i) -4+2=________ (ii) 6+3=________ (iii) 7+0=________

(iv) 0+(-6)=________ (v) -11+(-4)=________ (vi) 12+(-9)=________

3۔ حل کیجیے۔

(i) 3-8=________ (ii) 12-8=________ (iii) 7-4=________

(iv) 4-7=________ (v) -1-5=________ (vi) -9-6=________

4۔ عددی خط کی مدد سے حاصل تفریق معلوم کیجیے۔

(i) 8+ اور 10+ (ii) 18- اور 5- (iii) 5+ اور 11-

متفرق مشق 3

1۔ مندرجہ ذیل سمتی اعداد کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

(i) 4+ اور 4-　　(ii) 5+ اور 5-

2۔ مندرجہ ذیل کی قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $|-5|$　　(ii) $|-17|$　　(iii) $|+10|$　　(iv) $|+8|$

3۔ اگر 15 + کا مطلب ہو کہ 15 صحیح سوالات تو 5 - کا مطلب ---------------- ہوگا۔

4۔ اگر 5 - کا مطلب ہو کہ 5 قدم جنوب کی طرف تو 5 + کا مطلب ---------------- ہوگا۔

5۔ اگر 2 - کا مطلب ہو کہ کلاس میں دو طلبہ غیر حاضر ہیں تو 18 + کا مطلب ---------------- ہیں، ہوگا۔

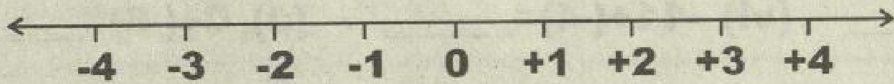
6۔ خالی جگہ کو علامات > یا < سے پُر کیجیے۔

(i) +3 ______ -3　　(ii) -11 ______ +11　　(iii) -4 ______ -3

(iv) +9 ______ +13　　(v) -1 ______ -7　　(vi) -10 ______ 0

خلاصہ

- مکمل اعداد: ....،0،1،2،3،4،5
- عددی خط:



- سمتی اعداد: تمام مثبت اور تمام منفی اعداد اور صفر سمتی اعداد کہلاتے ہیں۔
- کسی بھی عدد کا صفر سے فاصلہ سمتی فاصلہ کہلاتا ہے۔
- تمام منفی اعداد صفر کے بائیں جانب ہوتے ہیں اور یہ صفر سے چھوٹے ہوتے ہیں۔ جبکہ صفر کے دائیں جانب مثبت اعداد ہوتے ہیں اور یہ صفر سے بڑے ہوتے ہیں۔
- مطلق کے لیے علامت | | استعمال کی جاتی ہے۔ کسی بھی غیر صفر سمتی عدد کی مطلق قیمت ہمیشہ مثبت ہوتی ہے۔
- سمتی اعداد کو عددی خط کی مدد سے جمع اور تفریق کیا جاسکتا ہے۔

یونٹ 4

فیصد

4.1 فیصد کا تصور

اس یونٹ میں آپ مندرجہ ذیل عنوانات کا مطالعہ کریں گے۔
1۔ فی صد کا تصور
2۔ فی صد کو کسر عام اور کسر اعشاریہ میں تبدیل کرنا اور اس کے برعکس۔
3۔ دی ہوئی مقدار کا فی صد معلوم کرنا۔
4۔ کسی مقدار کا فی صد اور شرح فی صد دیا ہوا ہو تو مقدار معلوم کرنا۔
5۔ کسی مقدار کے حصہ کی فیصد معلوم کرنا۔
6۔ زکوٰۃ، کمیشن، چھوٹ، نفع نقصان اور مختلف طرح کے ٹیکس پر مبنی روزمرہ زندگی سے عبارتی سوالات۔

آپ نے اس قسم کے جملے دیکھے یا سنے ہوں گے۔

''سیل سیل سیل! جوتوں کی قیمت میں 40 - 10 فیصد کمی''

''ہر مسلمان پر فرض ہے کہ وہ اپنی بچت میں $2\frac{1}{2}$ فیصد زکوٰۃ ادا کرے''

''زمین کا 70 فیصد حصہ پانی پر مشتمل ہے'' وغیرہ وغیرہ۔

عام زندگی میں بہت سی باتوں کے لیے ہم فیصد کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔ ہر قسم کی انشورنس، زکوٰۃ، ٹیکس کی ادائیگی اور اسی طرح لین دین کے بہت سے دوسرے معاملات شرح فیصد کے ذریعے طے پاتے ہیں۔ فیصد کا جاننا اور حل کرنا ایک اہم مہارت ہے۔

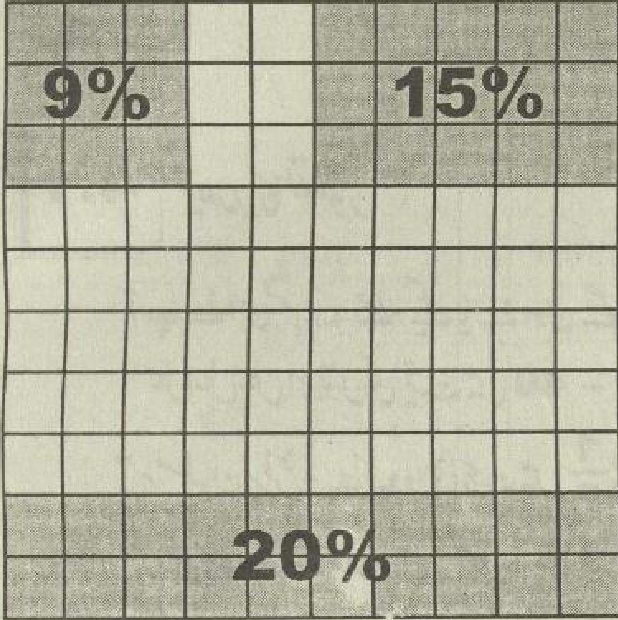
فارسی میں صد کے معنی 100 ہیں اور ان تمام اصولوں اور طریقوں کو فیصد کا نام دیا جاتا ہے جن میں ہم کسی چیز کو 100 حصوں میں تقسیم کر کے مطلوبہ مقدار کی قدر و قیمت کا تعین کرتے ہیں۔

فی صد کو علامت ''%'' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ آیئے! ہم آپ کو اس علامت کی مختصر سی تاریخ بتاتے ہیں۔

1425ء میں اٹلی کے ایک باشندے نے ایک علامت استعمال کی جو موجودہ علامت ''%'' کی بنیاد ہے۔ اٹلی کی زبان کے لفظ Percento کے PC لکھنے کے بجائے اس شخص نے PCO لکھا۔ تقریباً 1650ء میں علامت Per 0/0 لکھی جانے لگی۔ پھر آہستہ آہستہ لوگوں نے Per لکھنا چھوڑ دیا اور دو صفر کے درمیان کا خط تھوڑا سا ترچھا لکھا جانے لگا۔ اس طرح فیصد نے موجودہ علامت ''%'' کی شکل اختیار کی۔

$\frac{1}{100}$ کو ہم 1 فیصد یا %1 کہتے ہیں۔

$\frac{2}{100}$ کو ہم 2 فیصد یا %2 کہتے ہیں۔



سامنے دی ہوئی شکل کو 100 برابر خانوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔

ایک خانہ پوری شکل کا $\frac{1}{100}$ یا %1 ہے۔

بائیں کونے میں 9 خانے سایہ دار حصے سے ظاہر کیے گئے ہیں۔

یہ کل خانوں کا $\frac{9}{100}$ یا %9 ہیں۔

اسی طرح دائیں کونے میں 15 خانے سایہ دار دکھائے گئے ہیں۔

یہ کل خانوں کا $\frac{15}{100}$ یا %15 ہے۔

نیچے کے حصے میں 20 خانے سایہ دار ہیں۔

یہ کل خانوں کا $\frac{20}{100}$ یا %20 ہیں۔

آپ نسبت کے متعلق پڑھ چکے ہیں۔ آپ نے پڑھا تھا کہ بذریعہ تقسیم مقابلے کو نسبت قائم کرنا کہتے ہیں۔ پس

فیصد ایک خاص قسم کی نسبت ہے جس میں 100 کے کچھ حصوں کی تعداد کا 100 حصوں سے مقابلہ کیا جاتا ہے۔

اوپر کی شکل میں ہم نے 9 حصوں کی نسبت 100 سے قائم کی ہے اور $\frac{9}{100}$ لکھا ہے۔

15 حصوں کی نسبت 100 سے قائم کی ہے اور $\frac{15}{100}$ لکھا ہے۔

20 حصوں کی نسبت 100 سے قائم کی ہے اور $\frac{20}{100}$ لکھا ہے۔

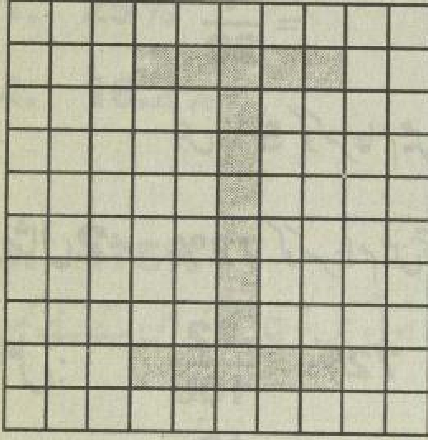
ذرا سوچیئے کہ اگر ہم %100 لکھیں تو ہم کس عدد کی 100 سے نسبت قائم کر رہے ہیں؟

جی ہاں! آپ نے ٹھیک کہا

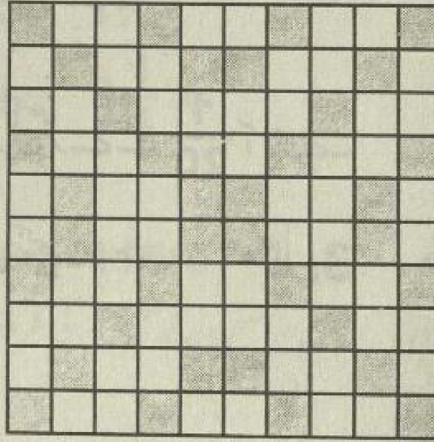
$\frac{100}{100} =$ %100 یعنی 1 (بمعنی کل) ہے۔

مشق 4.1

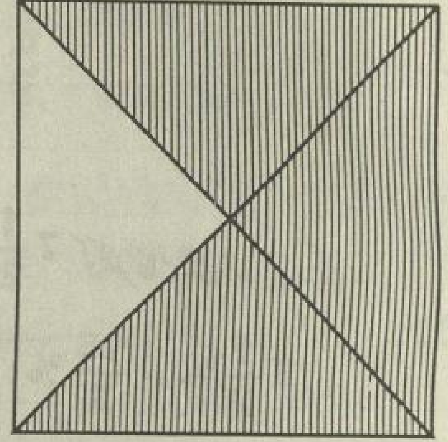
1۔ مندرجہ ذیل اشکال میں کتنے فیصد حصہ سایہ دار ہے۔



(i)



(ii)



(iii)

2۔ مندرجہ ذیل فیصد کو نسبت کی شکل میں لکھیے۔

(i) 25%　　(ii) 31%　　(iii) 1%　　(iv) $2\frac{1}{2}\%$　　(v) 6.5%

3۔ مندرجہ ذیل نسبتوں کو فیصد کی شکل میں لکھیے۔

(i) 72 : 100　　(ii) 19 : 100　　(iii) 8 : 10

(iv) 10 : 500　　(v) 950 : 100

4۔ خالدہ نے ریاضی کے مضمون میں 100 میں سے 95 نمبر حاصل کیے۔ خالدہ کے نمبر فیصد میں لکھیے۔

5۔ بتائیے کہ مندرجہ ذیل پیسے روپے کا کتنے فیصد ہیں؟

(i) 70 پیسے　　(ii) 50 پیسے　　(iii) 75 پیسے　　(iv) 125 پیسے　　(v) 100 پیسے

4.2 فیصد کو کسر عام یا کسر اعشاریہ میں تبدیل کرنا

آپ فیصد کو کسر عام اور کسر اعشاریہ دونوں میں تبدیل کر سکتے ہیں۔ مندرجہ ذیل مثالوں سے اس بات کی وضاحت کی گئی ہے۔

مثال 1: 5% کو کسر عام میں تحویل کیجیے۔

حل: $5\% = \frac{5}{100}$

$= \frac{1}{20}$

پس 5% کو کسر عام میں تبدیل کرنے سے $\frac{1}{20}$ آتا ہے۔

مثال 2: 72% کو کسر عام میں تحویل کیجیے۔

حل: $72\% = \frac{72}{100}$

$= \frac{18}{25}$

پس 72% کسر $\frac{18}{25}$ کے برابر ہے۔

مثال 3: $7\frac{1}{2}\%$ کو کسر عام میں تبدیل کیجیے۔

حل: $7\frac{1}{2}\% = \frac{15}{2}\%$

$= \frac{15}{2} \times \frac{1}{100}$

$= \frac{3}{40}$

پس $7\frac{1}{2}\%$ کسر $\frac{3}{40}$ کے برابر ہے۔

مثال 4: 45% کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کیجیے۔

حل: $45\% = \frac{45}{100}$

$= 0.45$

مثال 5: 3% کو کسر اعشاریہ میں تحویل کیجیے۔

حل: $3\% = \frac{3}{100}$

$= 0.3$

مثال 6 2.25% کو کسر اعشاریہ میں تحویل کیجیے۔

حل: $2.25\% = 2.25\% \times \frac{1}{100}$

$= \frac{225}{100} \times \frac{1}{100}$

$= \frac{225}{10000} = \frac{0225}{10000}$

$= 0.0225$

مثال 7: 135% کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کیجیے۔

حل: $135\% = \frac{135}{100}$

$= 1.35$

مشق 4.2

مندرجہ ذیل کو کسر عام میں تبدیل کیجیے۔

1. 25%   2. 1%   3. 33%

4. 16.2%   5. $8\frac{1}{4}\%$ 6. 20.5%

مندرجہ ذیل کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کیجیے۔

8. 175%   8. 115%   9. 225%

10۔ اگر کتابوں کی ایک دکان سے 30% کتابیں سائنس کے مضمون کی فروخت ہوتی ہیں تو بتائیے کہ اس کے لیے کسر اعشاریہ کیا ہوگی؟

4.3 کسر عام اور کسر اعشاریہ کو فیصد میں تبدیل کرنا

4.3.1 کسر عام کو فیصد میں تبدیل کرنا۔

ایسی کسور جن کا نسب نما 100 ہو آسانی سے فیصد میں تبدیل کی جاسکتی ہیں، مثلاً

$$\frac{5}{100} = 5\%$$

$$\frac{97}{100} = 97\%$$

ایسی کسور جن کا نسب نما 100 کے علاوہ کوئی دوسرا عدد ہو تو انہیں فیصد میں تبدیل کرنے کے لئے تین صورتیں ہیں۔

(1) دی ہوئی کسر کو ایسی مترادف کسر میں تبدیل کریں جس کا نسب نما 100 ہو اور پھر فیصد میں تبدیل کریں۔

(2) پہلے دی ہوئی کسر کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کریں اور پھر فیصد میں۔

(3) دی ہوئی کسر کو 100 سے ضرب دیں اور پھر حاصل ضرب کو 100 سے تقسیم کریں۔

مثال 1: $\frac{1}{2}$ کو فیصد میں تحویل کیجیے۔

حل: $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 50}{2 \times 50} = \frac{50}{100} = 50\%$

مثال 2: $\frac{3}{5}$ کو فیصد میں تحویل کیجیے۔

حل: $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 20}{5 \times 20} = \frac{60}{100} = 60\%$

مثال 3: $\frac{5}{8}$ کو فیصد میں تحویل کیجیے۔

حل:
$$\frac{5}{8} = \frac{\frac{5}{8} \times 100}{100}$$
$$= \frac{\frac{125}{2}}{100} = \frac{62\frac{1}{2}}{100} = 62\frac{1}{2}\%$$

مثال 4: $\frac{3}{5}$ کو فیصد میں تحویل کیجیے۔

حل:
$$\frac{3}{5} = .6$$
$$= \frac{6}{10} = \frac{6 \times 10}{10 \times 10}$$
$$= \frac{60}{100} = 60\%$$

4.3.2 کسر اعشاریہ کو فیصد میں تبدیل کرنا

مندرجہ ذیل مثالوں میں طریقہ کار کی وضاحت کی گئی ہے۔

مثال 1: 0.5 کو فیصد میں تبدیل کیجیے۔

حل:
$$0.5 = \frac{5}{10} = \frac{5 \times 10}{10 \times 10}$$
$$= \frac{50}{100} = 50\%$$

مثال 2: 0.25 کو فیصد میں تبدیل کیجیے۔

حل:
$$0.25 = \frac{25}{100} = 25\%$$

مثال 3: 0.125 کو فیصد میں تبدیل کیجیے۔

حل:
$$0.125 = \frac{125}{1000} = \frac{\frac{125}{10}}{100} = \frac{12.5}{100} = 12.5\%$$

مندرجہ بالا مثالوں سے ظاہر ہے کہ کسی کسر اعشاریہ کو فیصد میں تبدیل کرنے کے لیے نقطہ اعشاریہ کو دو مرتبہ دائیں جانب لکھ کر حاصل شدہ عدد کے ساتھ % کی علامت لگا دیتے ہیں۔

مشق 4.3

1۔ مندرجہ ذیل کسور اعشاریہ کو فیصد میں تبدیل کیجیے۔

(i) .025　(ii) 0.4　(iii) 0.85　(iv) 0.105　(v) 12.5　(vi) 125.5

2۔ مندرجہ ذیل کسور عام کو فیصد میں تبدیل کیجیے۔

(i) $\frac{1}{4}$　(ii) $\frac{7}{20}$　(iii) $\frac{8}{25}$　(iv) $\frac{5}{4}$

4.4 دی ہوئی مقدار کا فیصد معلوم کرنا

مثال 1: 75 کا 15 فیصد معلوم کیجیے۔

حل: 75 کا 15 فیصد $= 75 \times \frac{15}{100}$

$= \frac{45}{4} = 11\frac{1}{4}\%$

مثال 2: بتائیے! کہ 140 کا 20% بڑا ہے یا 150 کا 25%؟

حل: 140 کا 20% $= 140 \times \frac{20}{100}$

$= 28$

150 کا 25% $= 150 \times \frac{25}{100}$

$= \frac{75}{2} = 37\frac{1}{2}$

کیونکہ $37\frac{1}{2} > 28$

لہٰذا 150 کا 25% بڑا ہے 140 کے 20% سے

مثال 3: ناظم کے پاس 130 روپے تھے۔ اس نے ان کا 25% خرچ کر لیا۔ اس کے پاس کتنی رقم باقی بچی؟

حل: کل رقم = 120 روپے

خرچ کرنے کی شرح = 25%

کل رقم جو خرچ کی = 120 روپے کا 25 فیصد = $120 \times \frac{25}{100} = 30$ روپے

باقی رقم = $120 - 30 = 90$ روپے

مثال 4. 40 طلبہ کی جماعت میں ریاضی کے امتحان میں 75% طلباء پاس ہوئے۔ فیل ہونے والے طلباء کی تعداد بتائیے۔

حل:

کل طلباء = 40

کامیاب طلباء کی شرح = 75%

یعنی کامیاب طلباء = 40 طلبہ کا 75 فیصد = $40 \times \frac{75}{100} = 30$ طلباء

پس فیل ہونے والے طلباء = $40 - 30 = 10$ طلباء

ہم اس سوال کو ایک اور طریقے سے بھی کر سکتے ہیں۔ چونکہ 75% پاس ہونے والوں کی تعداد ہے، اس وجہ سے (75 - 100) یا 25% فیل ہونے والوں کی تعداد ہوگی۔ پس

40 یعنی 25% = $40 \times \frac{25}{100} = 10$ طلباء

4.5 کسی مقدار کا فیصد اور شرح فیصد دیا ہو تو مقدار معلوم کرنا

طریقہ کار کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں کے ذریعہ کی گئی ہے۔

مثال 1: اگر 123 کسی مقدار کا 75% ہو تو مقدار معلوم کیجیے۔

حل: اس سوال کو دو طریقوں سے حل کیا جا سکتا ہے۔

پہلا طریقہ: کسی بھی مقدار کو مندرجہ ذیل کلیہ کی مدد سے معلوم کر سکتے ہیں۔

$$\text{مقدار} = \frac{\text{مقدار کا فیصد}}{\text{شرح فیصد}} \times 100$$

اس سوال میں مقدار کا فیصد = 123

شرح فیصد = 75

لہٰذا $\text{مقدار} = \frac{123 \times 100}{75}$

$= 164$

دوسرا طریقہ: فرض کیا کہ مقدار A ہے، تو

مقدار	حصہ
100	75
A (تناسب راست)	123

$75 : 123 :: 100 : A$

کیونکہ طرفین کا حاصل ضرب برابر ہے وسطین کے حاصل ضرب کے

لہٰذا $\text{مقدار}(A) = \frac{123 \times 100}{75}$

$= 164$

نوٹ: طلباء دونوں طریقوں میں سے کوئی بھی ایک طریقہ اختیار کر سکتے ہیں۔

مثال 2: اگر حسن کی 25% تنخواہ 1250 روپے ہو تو حسن کی کل تنخواہ معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا کہ حسن کی تنخواہ A روپے ہے، تو

تنخواہ	حصہ
100	25
(تناسب راست) A	1250

$$25 : 1250 :: 100 : A$$

کیونکہ طرفین کا حاصل ضرب برابر ہے وسطین کے حاصل ضرب کے

اس لیے
$$25 \times A = 1250 \times 100$$

یا
$$A = \frac{1250 \times 100}{25}$$

$$= 5000$$ روپے

پس حسن کی تنخواہ 5000 روپے ہے۔

4.6 کسی مقدار کے حصہ کی فیصد معلوم کرنا

طریقہ کار کی وضاحت مندرجہ ذیل مثال کے ذریعہ کی گئی ہے۔

مثال 1 اکرم نے ایک امتحان میں 850 میں سے 510 نمبر حاصل کیے۔ بتائیے اس نے کتنے فیصد نمبر حاصل کیے؟

حل: اس سوال کو مندرجہ ذیل کلیہ کی مدد سے حل کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{شرح فیصد} = \frac{\text{مقدار کا حصہ}}{\text{مقدار}} \times 100$$

اس سوال میں
$$\text{مقدار} = 850$$

$$\text{مقدار کا حصہ} = 510$$

$$\text{شرح فیصد} = \frac{510}{850} \times 100 = 60\%$$

اس سوال کو یوں بھی حل کیا جاسکتا ہے۔

فرض کیا اکرم نے A فیصد نمبر حاصل کیے۔

کل نمبر	حاصل کردہ نمبر	
850	510	
100	A	(تناسب راست)

$$850 : 100 :: 510 : A$$

کیونکہ طرفین کا حاصل ضرب برابر ہے وسطین کے حاصل ضرب کے

اس لیے　$850 \times A = 100 \times 510$

لہٰذا　$A = \frac{100 \times 510}{850} = 60\%$　یا

مشق 4.4

مندرجہ ذیل کا فیصد معلوم کیجیے۔

1. 50 کا 10 فیصد
2. 70 کا 30 فیصد
3. 250 کا 25 فیصد
4. 50 کا 50 فیصد
5. 750 کا 75 فیصد
6. 50 سم کا 125 فیصد
7. 300 لیٹر کا 60 فیصد
8. 13.25 روپے کا 20 فیصد
9. 8 گھنٹوں کا 60.5 فیصد
10. 172 میٹر کا 25 فیصد

مندرجہ ذیل میں مقداریں معلوم کیجیے۔ اگر

11. 200 مقدار کا 15% ہے۔
12. 1010 مقدار کا 75% ہے۔
13. 920 مقدار کا 65% ہے۔
14. 300 مقدار کا 35% ہے۔

مندرجہ ذیل کے فیصد معلوم کیجیے۔ اگر

15. کل مقدار 300 اور حصہ 150 ہے۔
16. کل نمبر 900، حاصل کیے 600۔
17. 500 روپے تھے، خرچ کیے 300۔
18. 1000 ووٹوں میں سے 350 ووٹ ملے۔
19. ایک گاؤں میں رائے دہندگان کی تعداد 8500 تھی۔ اس میں سے 34 فیصد لوگوں نے ووٹ نہیں ڈالے۔ بتائیے کتنے لوگوں نے ووٹ ڈالے؟

.20 ایک گاؤں کی آبادی 5 فیصد کے حساب سے بڑھتی ہے۔ اگر اس سال گاؤں کی آبادی 15000 ہو تو بتائیے ایک سال بعد آبادی کتنی ہوگی؟

.21 رشیدہ ہر ماہ 200 روپے خیرات کرتی ہے۔ اگر یہ رقم اس کی تنخواہ کا 5 فیصد ہو تو رشیدہ کی تنخواہ بتائیے۔

.22 اگر دو شہروں کے درمیان فاصلے کا 18 فیصد 36 کلومیٹر کے برابر ہو تو دونوں شہروں کا فاصلہ بتائیے۔

.23 اگر نعیم کی ماہانہ آمدنی 8000 روپے ہے اور وہ 6000 روپے ماہانہ خرچ کرتا ہے، تو بتائیے کہ وہ کتنے فیصد خرچ کرتا ہے؟

.24 بارش کی وجہ سے اسکول کے 750 بچوں میں سے 600 بچے حاضر ہوئے۔ بتائیے کتنے فیصد بچے غیر حاضر رہے؟

4.7 زکوٰۃ

معاشرے میں معاشی عدل قائم کرنے کے لیے اسلام نے زکوٰۃ کو فرض قرار دیا ہے۔ یہ اسلام کے 5 بنیادی ارکان میں سے ایک ہے۔ صاحب نصاب لوگوں کو تاکید کی گئی ہے کہ وہ معاشی طور پر کمزور کی معاشی ضروریات کا خیال رکھیں اس مقاصد کے لیے اسلام میں ہر مسلمان جس کے پاس سال گزرنے کے بعد 630 گرام چاندی یا 90 گرام سونا ہو تو وہ اس رقم کا ڈھائی فیصد بیت المال میں جمع کرائے جو حاجت مند لوگوں کی ضروریات پوری کرنے کے لیے قائم کیا گیا ہے۔ عربی میں زکوٰۃ کے لغوی معنی طہارت اور پاکیزگی کے ہیں۔

ہر شخص اپنے مالیاتی سال کا (زکوٰۃ ادا کرنے کے لیے) خود تعین کر سکتا ہے۔ مثلاً ایک شخص یکم محرم سے ذی الحج کی آخری تاریخ تک اپنا مالیاتی سال مقرر کر لے یا مالیاتی سال کا آغاز یکم رمضان سے کرے۔ یہ اس شخص کی صواب دید پر منحصر ہے۔

مثال 1: ایک شخص کی ایک سال میں 6000 روپے بچت ہوئی۔ اس کے علاوہ اس کی بیوی کے پاس 15,000 روپے مالیت کے زیورات ہیں۔ بتائیے اس خاندان پر کتنی زکوٰۃ واجب ہے؟

حل: کل رقم جس پر زکوٰۃ واجب ہے۔ $= (6000 + 15000) = 21000$ روپے

زکوٰۃ $= 21000 \times 2\frac{1}{2}\%$

$= 21000 \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{100} = 525$ روپے

مثال 2: زاہدہ کے پاس چاندی کی پازیب 6 ہیکٹو گرام اور سونے کے زیورات 10 ڈیکا گرام وزن کے ہیں اس نے سال بھر میں 5000 روپے بھی بچائے۔ اگر چاندی کا بھاؤ 1200 روپے فی ہیکٹو گرام اور سونے کا نرخ 4000 روپے فی ڈیکا گرام ہو تو بتائیے کہ زاہدہ کو کتنی زکوٰۃ ادا کرنی چاہیے؟

حل:

چاندی کی قیمت $= 6 \times 1200 = 7200$ روپے

سونے کے زیورات کی قیمت $= 10 \times 4000 = 40000$ روپے

سال بھر کی نقد بچت $= 5000$ روپے

کل رقم $= (7,200 + 40,000 + 5,000) = 52200$ روپے

زکوٰۃ $= 52200 \times 2\frac{1}{2}\%$

$= 52200 \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{100} = 1305$ روپے

مشق 4.5

1۔ خالی جگہ پُر کیجیے۔

(i) اسلام نے زکوٰۃ کو ------------ قرار دیا ہے۔

(ii) زکوٰۃ کی شرح ------------ ہے۔

(iii) ------------ گرام سونا یا اس کے برابر رقم سال کے آخر میں بچی رہے تو اس کے مالک کا دینی فرض ہے کہ وہ زکوٰۃ ادا کرے۔

2۔ محسن نے 50,000 روپے تجارت سے بچائے۔ تو بتائیے ایک سال بعد اس کو کتنی رقم زکوٰۃ کی مد میں ادا کرنا ہوگی؟

3۔ میری سالانہ بچت 8800 روپے ہے۔ اس کے علاوہ میرے پاس 12 ڈیکا سونے کے زیورات ہیں۔ اگر سونے کا نرخ 6000 روپے فی ڈیکا گرام ہو تو بتائیے کہ مجھے کل کتنی زکوٰۃ ادا کرنی ہوگی؟ (ایک ڈیکا گرام = 10 گرام)

4۔ ایک شخص کی ایک سال میں 15000 روپے بچت ہوئی۔ اور اس کی بیوی کے پاس 15000 روپے مالیت کا سونا ہو تو بتائیے کہ اس خاندان کو کتنی زکوٰۃ ادا کرنی ہوگی؟

5۔ ماہم نے سال بھر 150 گرام سونا اپنے پاس ملکیت میں رکھا۔ اگر دس گرام سونے کی قیمت 6000 روپے ہو تو بتائیے کہ اسے کتنی زکوٰۃ ادا کرنی ہوگی؟

6۔ حفصہ نے 1675.50 روپے زکوٰۃ کی مد میں ادا کیے ہوں تو بتایئے کہ حفصہ کے پاس کل کتنے روپے تھے؟

7۔ سمن نے 2168.25 روپے بطور زکوٰۃ ادا کیے ہوں تو بتایئے کہ سمن کے پاس کل کتنے روپے سارا سال ملکیت میں رہے؟

8۔ ایمن نے 2500 روپے زکوٰۃ کی مد میں ادا کیے جبکہ اس کے پاس سارے سال 1500000 روپے رہے۔ بتایئے کہ ایمن کو کتنی اور زکوٰۃ ادا کرنی ہوگی؟

4.8 کمیشن

جب کوئی شخص کسی فرد یا ایجنسی کی طرف سے کوئی چیز خریدتا یا بیچتا ہے تو اس شخص کو کچھ رقم ادا کی جاتی ہے جو کمیشن کہلاتی ہے۔ جن لوگوں کے ذریعے یہ چیزیں بیچی جاتی ہیں، وہ کمیشن ایجنٹ کہلاتے ہیں۔ ان کمیشن ایجنٹس کو ان کی محنت کے عوض کمیشن ادا کیا جاتا ہے۔ کمیشن کی شرح ہمیشہ فیصد میں مقرر کی جاتی ہے۔ اگر آپ 10 فیصد کمیشن پر کسی ایجنسی کا 3600 روپے کا مال فروخت کریں تو آپ 3600 کا 10% یعنی 360 روپے کمیشن وصول کریں گے۔ آیئے! کمیشن کے متعلق چند مثالیں حل کرتے ہیں۔

مثال 1: اگر 5000 روپے کی کپاس پر 5 فیصد کی شرح سے کمیشن ملے تو کمیشن ایجنٹ کسان کو کتنی رقم ادا کرے گا؟

حل: ہم سب سے پہلے کمیشن کی رقم معلوم کرتے ہیں۔

کمیشن $= 5000 \times 5\%$

$= 5000 \times 5 \times \frac{1}{100} = 250$ روپے

کسان کو رقم ملی $= 5000 - 250 = 4750$ روپے

مثال 2: ایک ایجنٹ نے ایک گھر 2200000 روپے میں فروخت کیا۔ اگر ایجنٹ کا کمیشن $1\frac{1}{2}$ فیصد ہو تو اسے کس قدر رقم ملے گی؟

حل: 2200000 فیصد $= 2200000 \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{100} = 33000$ روپے

پس ایجنٹ کو 33000 روپے کمیشن ملے گا۔

4.9 چھوٹ

عام دکانوں پر ایسی اشیاء جن میں کچھ خرابی ہو یا بہت زیادہ مال جمع ہو جائے یا چیز پرانے ماڈل اور فیشن کی ہو جائے، فروخت کرنی مشکل ہو جاتی ہے۔ اس قسم کے مال کو بیچنے کے لیے چیزوں کی قیمت کم کر دی جاتی ہے۔ قیمتوں کا وہ فرق جو اصل قیمت فروخت اور رعایتی قیمت فروخت (سیل Sale) میں ہوتا ہے، چھوٹ (Discount) کہلاتا ہے یعنی

چھوٹ = اصل قیمت فروخت - رعایتی قیمت فروخت

چھوٹ اصل قیمت فروخت پر فیصد کی صورت میں دی جاتی ہے۔

مثال 1: ایک گھڑی کی قیمت **1600** روپے تھی۔ سیل میں گھڑی کی قیمت **1400** روپے مقرر ہوئی۔ فیصد چھوٹ معلوم کیجیے۔

حل:

چھوٹ = اصل قیمت فروخت - رعایتی قیمت فروخت

$= 1600 - 1400 = 200$ روپے

فیصد چھوٹ $= \frac{200}{1600} \times 100\%$

$= \frac{25}{2}\% = 12\frac{1}{2}\%$

مثال 2: کپڑے دھونے کی ایک مشین کی قیمت **6000** روپے ہے۔ سیل میں **6%** کی چھوٹ دی گئی ہے، بتائیے کہ سیل میں مشین کی کیا قیمت ہوگی؟

حل:

مشین کی کل قیمت = **6000** روپے

چھوٹ = **6%**

اگر مشین کی قیمت **100** روپے ہے تو سیل میں قیمت = **94** روپے

مشین کی قیمت **6000** روپے ہے تو سیل کی قیمت $= \frac{6000}{100} \times \frac{94}{1}$

$= 5640$ روپے

اس سوال کو یوں بھی حل کر سکتے ہیں۔

6% = شرح چھوٹ

6000 کا 6% = چھوٹ

$$= 6000 \times \frac{6}{100} = 360$$

روپے $5640 = 360 - 6000$ = رعایتی قیمت

مشق 4.6

1۔ اگر ایک ایجنٹ 2 فیصد کمیشن لیتا ہو اور وہ 800000 روپے کی جائیداد فروخت کرے تو اس کو کتنا کمیشن ملے گا؟

2۔ ایک سیلز مین پہلے 10000 روپے کا سامان بیچنے پر 3% کمیشن لیتا ہے۔ باقی کی رقم پر اس کا کمیشن 2% ہے۔ اگر وہ 46000 روپے کا سامان فروخت کرے تو اس کو کتنا کمیشن ملے گا؟

3۔ ایک سیلز مین کی ماہانہ تنخواہ 5000 روپے ہے۔ اس کے علاوہ وہ جتنا سامان فروخت کرے اس کا 4% فیصد کے حساب سے اسے کمیشن دیا جاتا ہے۔ اگر وہ ایک مہینے میں 50000 روپے کا سامان فروخت کرے تو اس کی اس مہینے کی آمدنی بتائیے؟

4۔ ایک دکاندار سیل کے دوران مقرر کردہ قیمتوں پر 10% چھوٹ دیتا ہے۔ اگر کوئی چیز 110 روپے کی ہو تو اس پر کتنی چھوٹ ہوگی اور چھوٹ دینے کے بعد اس کی کیا قیمت ہوگی؟

5۔ اگر $33\frac{1}{3}$ فیصد چھوٹ کے بعد کسی چیز کی قیمت 270 روپے ہو تو اصل قیمت فروخت کیا تھی؟

6۔ اگر سلائی کی مشین پر 12% چھوٹ دی جائے اور اس کی قیمت 4400 روپے ہو تو اصل قیمت فروخت کیا تھی؟

4.10 نفع یا نقصان فیصد

آپ کو معلوم ہے کاروبار میں چیزیں خریدی اور بیچی جاتی ہیں۔ ہر کاروبار نفع حاصل کرنے کے لیے کیا جاتا ہے لیکن بعض اوقات نقصان بھی ہو جاتا ہے۔

تاجر یا کاروباری لوگ جس رقم سے مال خریدتے ہیں۔ اسے قیمت خرید کہتے ہیں اور جو رقم انہیں بیچنے سے حاصل ہوتی ہے، اسے قیمت فروخت کہتے ہیں۔ اگر مال کی قیمت فروخت قیمت خرید سے زیادہ ہو تو تاجر کو نفع ہوتا ہے۔ اگر کسی وجہ سے قیمت فروخت

قیمت خرید سے کم ہو تو کاروبار میں تاجر نقصان اٹھاتا ہے۔ پس

قیمت خرید - قیمت فروخت = نفع
قیمت فروخت - قیمت خرید = نقصان

کاروباری حضرات عموماً یہ معلوم کرنا چاہتے ہیں کہ انہیں کس کاروبار میں منافع ہوگا۔ اس کے لیے وہ قیمتوں کا مقابلہ فیصد میں کرتے ہیں، مثلاً اگر ایک دکاندار کوئی چیز **50** روپے کی خرید کر **60** روپے میں بیچتا ہے اور دوسری چیز **100** روپے کی خرید کر **110** روپے میں بیچتا ہے۔ ہم دیکھتے ہیں کہ دونوں بار **10** روپے منافع ہوا۔ ہم سوچیں گے کہ دونوں بار ایک ہی منافع ہوا، لیکن صورت حال یہ نہیں ہے۔

منافع　$= \frac{10}{50} \times 100 = 20\%$　پہلی چیز بیچنے کا فیصد منافع

منافع　$= \frac{10}{100} \times 100 = 10\%$　دوسری چیز بیچنے کا فیصد منافع

منافع برابر نہیں ہے۔

پس فیصد نفع معلوم کرنے سے زیادہ منافع بخش کاروبار کا تعین کیا جا سکتا ہے۔

مثال **1**:　ایک اسکول بیگ **180** روپے میں خریدا اور **225** روپے میں فروخت کر دیا۔ نفع فیصد معلوم کیجیے۔

حل:　چونکہ　قیمت خرید - قیمت فروخت = نفع

$= 225 - 180 = 45$ روپے

آئیے اب نفع فیصد معلوم کرتے ہیں:

نفع (روپوں میں)	قیمت خرید (روپوں میں)
45	180
$\square$	100 (تناسب راست)

$180 : 100 :: 45 : \square$

اس لیے　$180 \times \square = 100 \times 45$

یا　$\square = \dfrac{100 \times 45}{180}$

یا　نفع $= 25\%$　　پس

مثال 2:　ایک پھل فروش نے کچھ کیلے کی پیٹیاں خریدیں۔ ان پیٹیوں کو کھول کر کیلوں کو گننے پر معلوم ہوا کہ اسے یہ کیلے 12 روپے فی درجن پڑے۔ جبکہ کل کیلے 40 درجن تھے۔ ان تمام کیلوں کو اس نے 15 روپے فی درجن فروخت کر دیا۔ بتایئے اسے کل کتنا نفع ہوا؟ نفع فیصد میں معلوم کیجیے۔

حل:

کل کیلے $= 40$ درجن

قیمت خرید فی درجن $= 12$ روپے

کل قیمت خرید $= 12 \times 40 = 480$ روپے

قیمت فروخت فی درجن $= 15$ روپے

کل قیمت فروخت $= 15 \times 40 = 600$ روپے

چونکہ　نفع = قیمت فروخت - قیمت خرید

$= 600 - 480$

نفع $= 120$ روپے

آیئے اب نفع فیصد معلوم کرتے ہیں:

نفع (روپوں میں)	کل قیمت خرید (روپوں میں)
120	480
$\square$	100 (تناسب راست)

$480 : 100 :: 120 : \square$

اس لیے　$480 \times \square = 100 \times 120$

یا　$\square = \dfrac{100 \times 120}{480}$

یا　نفع $= 25\%$　　پس

دوسرا طریقہ:

نفع (فی درجن) = قیمت فروخت - قیمت خرید

= 15 - 12 = 3 روپے

40 درجن کا نفع = 40 × 3 = 120 روپے

آئیے اب نفع فیصد معلوم کرتے ہیں:

قیمت خرید (فی درجن روپوں میں)	نفع (فی درجن روپوں میں)
12	3
100 (تناسب راست)	☐

$12 : 100 :: 3 : \square$

اس لیے $12 \times \square = 100 \times 3$

لہٰذا $\square = \frac{100 \times 3}{12}$ یا

پس نفع = 25% یا

مشق 4.7

مندرجہ ذیل میں نفع فیصد معلوم کیجیے۔

1۔ ایک شخص نے 30 روپے فی درجن انڈے خرید کر 34 روپے فی درجن کے حساب سے فروخت کر دیا۔

2۔ ایک کتب فروش نے پنسلیں 25 روپے فی درجن خرید کر 30 روپے درجن کے حساب سے فروخت کر دیں۔

3۔ ایک پھل فروش نے 100 کینو 150 روپے میں خرید کر 200 روپے میں فروخت کر دیئے۔

4۔ ایک دودھ فروش نے 19.50 روپے فی لیٹر دودھ خرید کر 22.00 روپے فی لیٹر فروخت کر دیا۔

مندرجہ ذیل نقصان فیصد معلوم کیجیے۔

5۔ ایک شخص نے 10 درجن انڈے 30 روپے فی درجن کے حساب سے خریدے۔ ان میں سے 3 انڈے ٹوٹ گئے۔ باقی انڈے 36 روپے فی درجن فروخت کر دیئے۔

6۔ ایک پھل فروش نے 50 درجن کیلے بحساب 10 روپے فی درجن خریدے۔ 10 درجن کیلے خراب نکلے۔ باقی کیلوں کو پھل فروش نے 12 روپے فی درجن فروخت کر دیا۔

7۔ ایک بیکری والے نے 25 ڈبل روٹیاں 10 روپے فی ڈبل روٹی خریدیں اور ان میں سے 18 ڈبل روٹیاں 13 روپے فی ڈبل روٹی فروخت کر دیں۔ باقی ڈبل روٹیاں خراب ہوگئیں۔

8۔ ایک کتب فروش نے ریاضی کی 20 کتابیں 20 روپے فی کتاب خرید کر 25 روپے فی کتاب فروخت کر دیں۔ بتایئے اسے کل کتنا نفع ہوا؟ نفع فیصد میں معلوم کیجیے۔

9۔ ایک پرچون فروش نے 3 بوریاں چاول (فی بوری 100 کلوگرام) بحساب 20 روپے فی کلوگرام خرید کر 25 روپے فی کلوگرام فروخت کر دیئے۔ نفع فیصد معلوم کیجیے۔

10۔ ایک دکاندار نے کچھ اشیاء پر 15% نفع کمایا۔ جبکہ ان اشیاء کی قیمت خرید 1000 روپے تھی۔ بتایئے اس نے کل کتنا نفع کمایا؟

4.11 ٹیکس

ذاتی جائیداد، پیداوار، مختلف قسم کی آمدنی، کاروں، تمباکو اور اسی قسم کی بہت سی چیزوں پر ٹیکس ادا کیا جاتا ہے۔ ٹیکس کی رقم رفاہ عامہ کے مقامی، صوبائی اور قومی منصوبوں پر نیز مرکزی اور صوبائی حکومت چلانے میں استعمال ہوتی ہے۔ ٹیکس ادا کرنا ہر شخص کا قومی فریضہ ہے۔ ٹیکس کی ادائیگی بعض چیزوں اور جائیداد کی خرید وفروخت پر بھی کی جاتی ہے۔ درآمد اور برآمد کے مال پر ڈیوٹی عائد ہوتی ہے۔ حکومت ہر سال اپنے بجٹ میں مختلف اشیائے درآمد اور برآمد پر ڈیوٹی کی شرح کا اعلان کرتی ہے۔ ڈیوٹی مختلف طریقوں سے ادا کی جاتی ہے۔ کچھ اشیاء پر قیمت کے حساب سے اور کچھ مال پر وزن کے حساب سے ڈیوٹی ادا ہوتی ہے۔ ٹیکس اور ڈیوٹی کی شرح ہمیشہ فیصد کے حساب سے مقرر ہوتی ہے۔

اسی طرح سے حکومت کسی مکان، دکان و پلاٹ وغیرہ پر جائیداد ٹیکس وصول کرتی ہے جو کہ علاقے اور جائیداد کے لحاظ سے فیصد میں وصول کی جاتی ہے۔ آیئے چند مثالیں دیکھتے ہیں۔

مثال 1: اگر 15000 روپے قیمت کی مشینری پر 40 فیصد کے حساب سے ڈیوٹی لگے تو بتایئے ڈیوٹی کے طور پر کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟

حل: 15000 روپے کا 40 فیصد $= 15000 \times \frac{40}{100}$

$= 6000$ روپے

مثال 2: ایک مکان کی قیمت 3 لاکھ روپے ہے۔ اگر پراپرٹی ٹیکس کی شرح 2 فیصد سالانہ ہو تو بتایئے اس مکان پر کتنا ٹیکس ادا کیا جائے گا؟

حل: 3 لاکھ کا 2 فیصد = پراپرٹی ٹیکس

$$= 300000 \times \frac{2}{100}$$

$$= 6000 \text{ روپے}$$

مشق 4.8

1۔ ایک جائیداد کی قیمت 12,30,000 روپے ہے 4% سالانہ کے حساب سے جائیداد کا ٹیکس کس قدر ہو گا؟

2۔ 800 مربع میٹر قالین کی قیمت پر کتنی ڈیوٹی ہو گی جبکہ ایک مربع میٹر قالین کی قیمت 40.65 روپے ہے اور ڈیوٹی کی شرح $25\frac{1}{2}$ فیصد۔

3۔ ایک پراپرٹی کی قیمت 22,50,000 روپے ہو تو بتایئے کہ 15% سالانہ کے حساب سے اسے کتنا جائیداد ٹیکس سالانہ ادا کرنا ہو گا؟

4۔ ایک فیکٹری کا مالک کھڈی (Powerloom) باہر سے منگوانا چاہتا ہے۔ اگر اس کی قیمت 5,00,000 روپے ہو تو اسے 17.5 فیصد کے حساب سے کتنی ڈیوٹی ادا کرنا ہو گی؟

5۔ ایک ہسپتال نے اپنی لیبارٹری کے لیے ڈیڑھ کروڑ روپے کے آلات باہر سے منگوائے ہیں۔ بتایئے کہ 0.75 فیصد کے حساب سے اسے کتنی ڈیوٹی ادا کرنا ہو گی؟

متفرق مشق 4

1۔ مندرجہ ذیل کو کسر عام میں تحویل کیجئے۔

(i) 25%　　(ii) 104%　　(iii) 1225%　　(iv) $12\frac{1}{2}\%$

2۔ مندرجہ ذیل کو فیصد میں تحویل کیجئے۔

(i) $12\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{25}{4}$ (iii) $\frac{24}{51}$ (iv) $\frac{3}{40}$

3۔ مندرجہ ذیل کسور اعشاریہ کو % میں تبدیل کیجئے۔

(i) 10.25 (ii) 1.025 (iii) 102.5

4۔ مندرجہ ذیل کو % سے اعشاریہ میں تحویل کیجئے۔

(i) 125.50% (ii) 1450% (iii) $12\frac{1}{2}$%

5۔ اگر ایک بک ڈپو پر $78\frac{1}{2}$% کتابیں سائنس اور کمپیوٹر سے متعلق ہوں تو اسے اعشاری کسر میں ظاہر کیجئے۔

6۔ مندرجہ ذیل کا فیصد معلوم کیجئے۔

(i) 90 کا 15 فیصد (ii) 125 کا 70 فیصد (iii) 1225 کا 25 فیصد (iv) 78 سم کا 120 فیصد

7۔ بارش کے باعث ایک اسکول کے 1240 طلبہ میں سے تین چوتھائی طلبہ غیر حاضر تھے۔ بتائیے۔

(i) کتنے فیصد طلبہ غیر حاضر تھے؟ (ii) کتنے فیصد طلبہ حاضر تھے؟

8۔ عمیر نے ایک سال میں جتنے روپے بچائے۔ اس کے اپنی بہن کے لئے زیور خریدے۔ اگر زیورات کا وزن 18.525 گرام ہو تو بتایئے سال کے آخر میں اس پر کتنی فیصد زکوۃ فرض ہوگی؟ اگر 10 گرام سونے کی قیمت 6000 روپے ہو۔

9۔ ایک سلائی کی مشین کی قیمت 2500 روپے ہے۔ سیل میں اس کی قیمت 2000 روپے ہے۔ فیصد چھوٹ معلوم کیجئے۔

10۔ ایک پرچون فروش نے 100 کلو چاول 25 روپے فی کلو کے حساب سے خریدے۔ ان میں سے 10 کلو چاول خراب ہو گئے۔ بقایا کو اس نے 30 روپے فی کلو کے حساب سے بیچ دیا۔ نفع یا نقصان فیصد معلوم کیجئے۔

خلاصہ

- فی کے معنی ایک اور صد کے معنی 100 کے ہوتے ہیں۔ فیصد کو علامت ''%'' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
- فیصد ایک خاص قسم کی نسبت ہے جس میں 100 کے کچھ حصوں کی تعداد کا 100 حصوں سے مقابلہ کیا جاتا ہے۔
- فیصد کو کسر عام یا کسر اعشاریہ میں تبدیل کیا جا سکتا ہے۔

- کسر عام اور کسر اعشاریہ کو فیصد میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔
- ایسی کسور کو جن کا نسب نما 100 ہو آسانی سے فیصد میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ مثلاً $5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$
- ایسی کسور کو جن کا نسب نما 100 کے علاوہ کوئی دوسرا عدد ہو تو انہیں فیصد میں تبدیل کرنے کی تین صورتیں ہوتی ہیں۔

1۔ دی ہوئی کسر کو ایسی مترادف کسر میں تبدیل کریں جس کا نسب نما 100 ہو۔

2۔ پہلے دی ہوئی کسر کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کریں۔

3۔ دی ہوئی کسر کو 100 سے ضرب دیں اور پھر حاصل ضرب کو 100 سے تقسیم کریں۔

- دی ہوئی مقدار کا فیصد معلوم کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح کسی مقدار کا فیصد اور شرح فیصد دیا ہو تو مقدار معلوم کر سکتے ہیں اور کسی مقدار کے حصہ کی شرح فیصد بھی معلوم کر سکتے ہیں۔ لہٰذا

$$\text{فیصد} = \frac{\text{شرح فیصد} \times \text{مقدار}}{100}$$

$$\text{مقدار} = \frac{\text{مقدار کا فیصد} \times 100}{\text{شرح فیصد}}$$

$$\text{شرح فیصد} = \frac{\text{مقدار کا حصہ} \times 100}{\text{مقدار}}$$

- زکوٰۃ اسلام کے پانچ بنیادی ارکان میں سے ایک ہے۔ صاحب نصاب افراد پر اسلام نے زکوٰۃ فرض قرار دی ہے۔ اس کی شرح 2.5 % یا مال و دولت کا 40 واں حصہ ہے۔
- جب کوئی شخص کسی فرد یا اشخاص کے ذریعے کوئی چیز خریدتا ہے تو اس شخص کو کچھ رقم ادا کرنی ہوتی ہے جو کہ کمیشن کہلاتا ہے۔
- قیمتوں کا وہ فرق جو اصل قیمت فروخت اور سیل کی قیمت فروخت میں ہوتا ہے اسے چھوٹ **(Discount)** کہتے ہیں۔
- ذاتی جائیداد، آمدنی، کاروں، تمباکو اور اسی قسم کی بہت سی چیزوں پر حکومت کچھ رقم عائد کرتی ہے جو کہ ٹیکس کہلاتا ہے۔
- جب کوئی مشینری یا استعمال کی کوئی چیز کسی دوسرے ملک سے منگوائی جاتی ہے تو اس پر حکومت کچھ رقم وصول کرتی ہے۔ اسے ڈیوٹی کہتے ہیں۔

یونٹ 5

اوسط

اس یونٹ میں آپ مندرجہ ذیل تصورات سیکھیں گے۔
1۔ اوزانی اوسط کا تصور اور اوزانی اوسط معلوم کرنا۔
2۔ اوزانی اوسط پر مبنی روزمرہ زندگی سے متعلق عبارتی سوالات۔

5.1 تعارف

اوسط کے لفظی معنی درمیان یا وسط کے ہیں۔ ریاضی میں اوسط سے مراد وہ مقدار ہے جو دی گئی مقداروں کی نمائندگی کرے۔ مثلاً اگر اسلم چھ دنوں میں مجموعی طور پر **18** گھنٹے مطالعہ کرتا ہو تو ضروری نہیں کہ اسلم روزانہ پورے تین گھنٹے مطالعہ کرتا ہے بلکہ کبھی وہ تین گھنٹے سے کم اور کبھی تین گھنٹے سے زیادہ بھی مطالعہ کرتا ہوگا۔ تو ہم کہہ سکتے ہیں کہ اسلم کے مطالعہ کی اوسط **3** گھنٹے فی دن ہے۔

اوسط معلوم کرنے کے لیے تمام مقداروں کا مجموعہ لینے کے بعد مجموعے کو مقداروں کی تعداد سے تقسیم کرتے ہیں۔ یعنی

$$\text{اوسط} = \frac{\text{مقداروں کا مجموعہ}}{\text{مقداروں کی کل تعداد}}$$

اگر $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ مقداریں ہوں اور ان کی تعداد n ہو تو ان مقداروں کے اوسط کو $\overline{x}$ سے ظاہر کریں تو اوسط کے لیے کلیہ یوں بیان کیا جاتا ہے۔

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

اگر $\sum x = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$

تو $\overline{x} = \frac{\sum x}{n}$

یہاں $\sum$ **(Sigma)** لاطینی زبان کا حرف ہے جو کہ مقداروں کے مجموعہ کو ظاہر کرتا ہے۔

مثال 1: مندرجہ ذیل جدول طلباء کی حاضری ظاہر کرتا ہے۔

دن	پیر	منگل	بدھ	جمعرات	جمعہ	ہفتہ
حاضری	33	41	32	33	37	46

اوسط حاضری معلوم کیجیے۔

حل: چھ دنوں کی کل حاضری = 46 + 37 + 33 + 32 + 41 + 33 = 222

کل دن = 6

$$\text{اوسط} = \frac{\text{مقداروں کا مجموعہ}}{\text{مقداروں کی کل تعداد}}$$

لہٰذا　$\text{اوسط} = \frac{222}{6} = 37$

مثال 2: ایک دکاندار نے پہلے دن 850 روپے کمائے دوسرے دن 500 روپے کمائے اور تیسرے دن 600 روپے کمائے، دکاندار کی اوسط آمدنی فی دن معلوم کیجیے۔

حل: $\sum x =$ دکاندار کی کل آمدنی $= (600 + 500 + 850) = 1950$ روپے

$n =$ دنوں کی کل تعداد $= 3$

$\overline{x} = ?$

چونکہ　$\overline{x} = \frac{\sum x}{n}$

قیمتوں کو کلیہ میں درج کرنے سے　$\overline{x} = \frac{1950}{3}$

$\overline{x} = 650$

یا

اوسط آمدنی $= 650$ روپے

مشق 5.1

1۔ کوئٹہ میں ماہ دسمبر کا چھ دن کا کم از کم درجہ حرارت بالترتیب $5°C, 8°C, 9°C, 10°C, 7°C,$ اور $9°C$ تھا۔ بتائیے ان چھ دنوں کا اوسط درجہ حرارت کیا رہا؟

2۔ ریاضی کے ٹیسٹ میں دس طالب علموں نے بالترتیب 15, 18, 22, 24, 16, 18, 12, 14, اور 22 نمبر حاصل کیے۔ بتائیے اوسطاً ہر طالب علم نے کتنے نمبر حاصل کیے؟

3۔ ایک کتاب کی قیمت 250 روپے، دوسری کتاب کی قیمت 200 روپے، تیسری کتاب کی قیمت 210 روپے ہے۔ بتائیے ہر کتاب کی اوسط قیمت کیا ہوگی؟

4۔ تین آدمیوں نے 360 روپے، 240 روپے اور 600 روپے زکوۃ ادا کی۔ اوسط زکوۃ فی کس معلوم کیجیے۔

5۔ تین اداروں نے بالترتیب 254000 روپے، 5700000 روپے اور 1600000 روپے حکومت کو زکوۃ فنڈ میں جمع کروائے۔ بتائیے جمع کروائی گئی رقم کا اوسط کیا تھا؟

6۔ ایک کار نے 105.25 کلومیٹر فاصلہ 2 گھنٹے میں، 704.75 کلومیٹر فاصلہ 4 گھنٹے میں اور 954 کلومیٹر فاصلہ 5 گھنٹے میں طے کیا۔ اوسط فاصلہ فی گھنٹہ معلوم کیجیے۔

7۔ عامر نے 5 کلوگرام خربوزے 11 روپے فی کلوگرام، 7 کلوگرام خربوزے 9 روپے فی کلوگرام اور 4 کلوگرام خربوزے 10 روپے فی کلوگرام کے حساب سے خریدے۔ بتائیے فی کلوگرام خربوزے کی اوسط قیمت کیا ہوگی؟

8۔ ملتان میں پانچ دن بارش کا ریکارڈ کچھ یوں ہے پہلے دن 1.5 سم، دوسرے دن 3.5 سم، تیسرے دن 2.2 سم، چوتھے دن 3 سم اور پانچویں دن 0.3 سم تھا۔ اوسطاً یومیہ بارش معلوم کیجیے۔

9۔ ایک ہسپتال میں پانچ بچے دو اور چار بجے کے درمیان پیدا ہوئے۔ ان کا وزن بالترتیب 2.2 کلوگرام، 3.5 کلوگرام، 3.1 کلوگرام، 2.96 کلوگرام اور 2.44 کلوگرام تھا۔ اوسط وزن فی بچہ معلوم کیجیے۔

10۔ ندیم نے چھ مختلف دن دودھ خریدا اور اس کی قیمت اس حساب سے ادا کی کہ پہلے دن 17 روپے، دوسرے دن 34 روپے، تیسرے دن 8.60 روپے، چوتھے دن 21.25 روپے، پانچویں دن 38.25 روپے اور چھٹے دن 25.50 روپے۔ دودھ کی فی دن اوسط ادائیگی معلوم کیجیے۔

11۔ اگر $\sum x = 100$ اور $\overline{x} = 10$ تو n کی قیمت معلوم کیجیے۔

12۔ اگر $n = 10$ اور $\overline{x} = 15$ تو $\sum x$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

13۔ اگر $n = 15$ اور $\overline{x} = 18$ تو $\sum x$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

14۔ اگر $\sum x = 500$ اور $\overline{x} = 50$ تو n کی قیمت معلوم کیجیے۔

15۔ اگر $\sum x = 120.75$ اور $\overline{x} = 8.05$ تو n کی قیمت معلوم کیجیے۔

5.2 اوزانی اوسط

اوزانی اوسط کا تعلق روزمرہ زندگی سے متعلق استعمال کی اشیاء سے ہے۔ مثلاً آٹا، چاول، دالیں، گھی، تیل، شکر، مرچ و مصالحے وغیرہ۔ ہمارا عام مشاہدہ ہے کہ گھروں میں استعمال ہونے والی اشیاء ہر ماہ ایک ہی مقدار میں خرچ نہیں ہوتیں۔ بلکہ ان اشیاء کے استعمال میں مختلف وجوہات کی بناء پر کمی وبیشی واقع ہوتی رہتی ہے۔ یہی وجہ ہے کہ اوزانی اوسط میں اشیاء کی مقداروں کے وزن کی اہمیت بہت زیادہ ہوتی ہے۔ اسے نظر انداز نہیں کیا جا سکتا۔

اوزانی اوسط معلوم کرنے کے لیے مندرجہ ذیل باتوں پر عمل کرنا ہوتا ہے۔

(i) اشیاء کے اوزان کو ان کی قیمت فی کلوگرام یا فی لیٹر وغیرہ سے ضرب دے کر کل مجموعہ یا کل رقم معلوم کرتے ہیں۔

(ii) اشیاء کے اوزان کا کل وزن معلوم کرتے ہیں۔

(iii) کل مجموعہ یا کل رقم کو کل وزن سے تقسیم کرنے سے اوزانی اوسط حاصل کر لیتے ہیں۔

اوزانی اوسط کو عموماً $\overline{x}_w$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

اگر اشیاء کے اوزان کو $w_1, w_2, w_3, \ldots, w_n$ سے اوزان کی قیمتوں کو بالترتیب $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ سے ظاہر کریں تو اوزانی اوسط کا کلیہ کچھ اس طرح لکھا جا سکتا ہے۔

$$\overline{x}_w = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + \ldots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + w_3 + \ldots + w_n} = \frac{\sum wx}{\sum w}$$

یہاں $\sum wx$ اشیاء کے اوزان اور ان کی قیمتوں کے حاصل ضرب کا مجموعہ ہے۔ جبکہ $\sum w$ اشیاء کے اوزان کا کل وزن ہے۔
آئیے اسے سمجھنے کے لیے کچھ مثالیں دیکھتے ہیں۔

مثال 1: سعد نے اپنے گھر کے لیے 10 کلوگرام آٹا، شکر 5 کلوگرام، چاول 3 کلوگرام، گھی 5 کلوگرام اور 2 کلوگرام نمک خریدا۔ اشیاء کی قیمتیں بالترتیب 10 روپے، 22 روپے، 30 روپے، 67 روپے اور 9 روپے فی کلوگرام تھیں ان اشیاء کا اوزانی اوسط معلوم کیجیے۔

حل:

پہلا طریقہ: $\sum wx =$ کل رقم $= (10 \times 10) + (5 \times 22) + (3 \times 30) + (5 \times 67) + (2 \times 9)$

$= 100 + 110 + 90 + 335 + 18 = 653$ روپے

کلوگرام $25 = 2 + 5 + 3 + 5 + 10 =$ کل وزن $= \sum w$

چونکہ
$$\overline{x}_w = \frac{\sum wx}{\sum w}$$

$$= \frac{653}{25} = 25\frac{3}{25} = 26.12$$

دوسرا طریقہ:

وزن w	قیمت x	وزن اور قیمتوں کا حاصل ضرب $= wx$
10	10	$10 \times 10 = 100$
5	22	$5 \times 22 = 110$
3	30	$3 \times 30 = 90$
5	67	$5 \times 67 = 335$
2	9	$2 \times 9 = 18$
$\sum w = 25$		$\sum wx = 653$

چونکہ
$$\overline{x}_w = \frac{\sum wx}{\sum w}$$

ان قیمتوں کو کلیہ میں درج کرنے سے

$$= \frac{653}{25} = 26.12$$

مثال 2: دیئے ہوئے گوشوارے کے لیے اوزانی اوسط معلوم کیجیے۔

x قیمت	2	4	6	8	10
w وزن	15	20	25	30	40

حل:

وزن w	قیمت x	وزن اور قیمتوں کا حاصل ضرب $= xw$
15	2	$15 \times 2 = 30$
20	4	$20 \times 4 = 80$
25	6	$25 \times 6 = 150$
30	8	$30 \times 8 = 240$
40	10	$40 \times 10 = 400$
$\sum w = 130$		$\sum wx = 900$

چونکہ $\bar{x}_w = \dfrac{\sum wx}{\sum w}$

ان قیمتوں کو کلیہ میں درج کرنے سے

$$= \frac{900}{130} = 6\frac{12}{13} = 6.92$$

مثال 3: دیئے ہوئے گوشوارے کے مطابق اوزانی اوسط 5 ہو تو 'a' کی قیمت معلوم کیجیے۔

قیمت x	5	4	3	2	a
وزن w	20	15	10	15	25

حل:

وزن w	قیمت x	وزن اور قیمتوں کا حاصل ضرب $wx =$
20	5	$20 \times 5 = 100$
15	4	$15 \times 4 = 60$
10	3	$10 \times 3 = 30$
15	2	$15 \times 2 = 30$
25	a	$25 \times a = 25a$
$\sum w = 85$		$\sum wx = 220 + 25a$

یعنی $\sum wx = 220 + 25a$ اور $\sum w = 85$ جبکہ $\bar{x}_w = 5$

ان قیمتوں کو کلیہ میں درج کرنے سے

چونکہ $\overline{x}_w = \dfrac{\sum wx}{\sum w}$

$$5 = \frac{220 + 25a}{85}$$

یا $5 \times 85 = 220 + 25a$

یا $425 = 220 + 25a$

یا $25a = 425 - 220$

یا $a = \dfrac{205}{25}$

$$= \frac{41}{5} = 8\frac{1}{5} = 8.2$$

پس 'a' کی قیمت 8.2 ہے۔

مشق 5.2

1۔ مندرجہ ذیل گوشواروں کے لیے اوزانی اوسط معلوم کیجیے

(i)

x	1	2	3	4	5
w	4	5	8	10	17

(ii)

x	27	28	29	30	31	32
w	30	43	51	49	42	35

(iii)

x	121	122	123	124	125
w	14	25	32	23	6

(iv)

x	7	5	4	3	2	7
w	7	2	3	4	5	6

2۔ اگر مندرجہ ذیل گوشوارے کا اوزانی اوسط 3.5 ہو تو 'a' کی قیمت معلوم کیجیے۔

(i)

x	1	2	3	4	5	6
w	3	9	a	11	8	7

(ii)

x	2	4	6	5	7
w	1.5	1.0	3.5	2.5	a

(iii)

x	1	2	3	4	5	15
w	a	1.5	2	3.5	1.5	0.5

(iv)

x	50	125	155	175	125
w	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0

3۔ ایک شخص نے 30 کلوگرام آٹا، 5 کلوگرام گھی، 5 کلوگرام شکر، 2 کلوگرام بیسن، 10 کلوگرام چاول اور 2 کلوگرام دالیں خریدیں۔ ان کی قیمتیں بالترتیب 10 روپے، 67 روپے، 22 روپے، 28 روپے، 25 روپے اور 28 روپے فی کلوگرام تھیں۔ اوزانی اوسط معلوم کیجیے۔

4۔ عثمان نے 2.5 کلوگرام مرغی، 3.5 کلوگرام بکرے کا گوشت، 4.5 کلوگرام گائے کا گوشت اور 1.5 کلوگرام پسندے اپنے گھر کے لیے خریدے۔ جن کی قیمتیں بالترتیب 95 روپے، 130 روپے، 75 روپے اور 90 روپے فی کلو گرام تھیں۔ ان کی اوزانی اوسط معلوم کیجیے۔

5۔ سعد نے اپنے گھر کے لیے 2 ٹوتھ پیسٹ 100 گرام فی ٹوتھ پیسٹ کے بحساب 27.50 روپے فی پیکٹ، 5 پیکٹ چائے کی پتی فی پیکٹ 200 گرام بحساب 51 روپے فی پیکٹ اور 2 پیکٹ خشک دودھ فی پیکٹ 1 کلوگرام بحساب 182 روپے فی پیکٹ خریدے ہوں تو ان اشیاء کا اوزانی اوسط معلوم کیجیے۔

متفرق مشق 5

1۔ عمارہ نے 50 کلوگرام آٹا، 10 کلوگرام گھی، 5 کلوگرام تیل، 5 کلوگرام شکر، 3 کلوگرام دالیں اور 12 کلوگرام چاول بحساب 10.50 روپے، 62 روپے، 65 روپے، 22.50 روپے، 38 روپے اور 31 روپے فی کلو گرام کے حساب سے خریدیں۔ ان اشیاء کا اوزانی اوسط معلوم کیجیے۔

2۔ صادق نے 3.750 کلوگرام مرغی بحساب 48 روپے فی کلوگرام، 4.500 کلوگرام بکرے کا گوشت 130 روپے فی کلوگرام، گائے کا گوشت 3.500 کلوگرام 75 روپے فی کلوگرام اور 27.50 کلوگرام مچھلی 80 روپے فی کلوگرام کے حساب سے خریدا۔ ان اشیاء کا اوزانی اوسط معلوم کیجیے۔

3۔ مندرجہ ذیل گوشواروں کے لئے اوزانی اوسط معلوم کیجیے۔

(i)

x	2	4	5	6	8
w	5	4	6	8	10

(ii)

x	8	11	9	5	12
w	30	21	9.5	1.25	12.5

(iii)

فہرست اشیاء	اخراجات (روپوں میں)	اوزان (کلوگرام میں)
اناج	450	11.50
گوشت	200	2.00
مصالحہ جات	100	2.25
گھی، تیل	400	5.00
دیگر اشیاء	125	0.75

-4 اگر مندرجہ ذیل گوشواروں کے مطابق اوزانی اوسط 5.25 ہو تو 'a' کی قیمت معلوم کیجئے۔

(i)

X	3	2	5.5	3	10.25
Y	2	4	a	7	5

(ii)

X	3	2	6	7	5
W	1.50	a	2.50	3.50	2.25

خلاصہ

- ریاضی میں اوسط مراد وہ مقدار ہے جو دی گئی مقداروں کی نمائندگی کرتی ہے۔
- اوسط معلوم کرنے کے لیے تمام مقداروں کا مجموعہ کرنے کے بعد مجموعے کو مقداروں کی کل تعداد سے تقسیم کر دیتے ہیں۔

$$\text{اوسط} = \frac{\text{مقداروں کا مجموعہ}}{\text{مقداروں کی کل تعداد}}$$

یا

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

- اوزانی اوسط کا تعلق کھانے پینے کی روزمرہ اشیاء سے ہے اس میں اشیاء کی مقداروں کو بہت زیادہ اہمیت دی جاتی ہے۔

$$\text{اوزانی اوسط} = \bar{x}_w = \frac{\sum wx}{\sum w}$$

یہاں پر $\sum w$ سے مراد اوزانی مجموعہ ہے۔ جبکہ $\sum wx$ اوزان اور ان کی قیمتوں کے حاصل ضرب کا مجموعہ ہے۔

یونٹ 6

بنیادی الجبرا

آیئے! ہم سب سے پہلے آپ کو الجبرے کی تاریخ کے متعلق بتاتے ہیں۔ الجبرا مسلمانوں کی ایجاد ہے۔ ایک مسلمان ریاضی دان محمد ابن موسیٰ الخوارزمی نے 820ء میں الجبر والمقابلہ کے نام سے ایک کتاب لکھی۔ یورپ میں اس کتاب کا ترجمہ الجبر کے نام سے سب سے پہلے لاطینی زبان میں ہوا یہی کتاب اس مضمون کے نام "الجبرا" کی بنیاد ہے۔

اس یونٹ میں آپ مندرجہ ذیل عنوانات کا مطالعہ کریں گے۔

1۔ اعداد کے لیے حرف کا استعمال
2۔ الجبری اظہاریے، اور ان پر بنیادی عوامل
3۔ متغیر، مستقل، عددی سر، اساس، قوت، رقوم
4۔ قوانین قوت نما
5۔ الجبری جملے
6۔ ایک متغیر میں خطی مساوات

6.1 تمہید

انسان اپنی زندگی کو اچھے طریقے سے چلانے کے لیے قدرتی اعداد ... ,3 ,2 ,1 کا استعمال کرتا رہا ہے۔ وقت کے ساتھ زندگی کی ضرورتیں بڑھتی رہیں اور حساب کرنے کے طریقے مشکل ہوتے گئے۔ حساب کرنے کے لیے انسان نے نئے نئے طریقے سیکھے۔ الجبرا حساب کے مسائل حل کرنے کا ایک طریقہ ہے۔ حساب کے لمبے اور مشکل سوالات الجبرے کی مدد سے بڑی آسانی سے حل کیے جا سکتے ہیں۔ الجبرے میں، ہم نہ صرف اعداد ,1 ,0 ... ,4 ,3 ,2 وغیرہ استعمال کرتے ہیں بلکہ حروف $a, b, c, ..., x, y, z$ بھی استعمال کرتے ہیں۔

6.2 اعداد کے لیے حروف کی علامات

آیئے! ہم چند مثالیں دیکھتے ہیں۔

مثال 1: احمد نے جلد ساز سے 4 کتابوں پر، نفیسہ نے 7 پر اور کمال نے 6 پر جلد بندھوائی۔ جلد ساز ایک کتاب پر جلد بنانے کے 5 روپے لیتا ہے۔ بتائیے کہ انہوں نے کتنی کتنی رقم ادا کی؟

حل:
احمد نے ادا کیے: $20 = 4 \times 5$ روپے
نفیسہ نے ادا کیے: $35 = 7 \times 5$ روپے
کمال نے کتنے روپے ادا کیے؟

آیئے! کتابوں کی تعداد کو x سے ظاہر کریں۔

احمد نے 4 کتابوں پر جلد بنوائی۔ پس احمد کے لیے x کی قیمت 4 ہے۔

نفیسہ نے 7 کتابوں پر جلد بنوائی۔ پس نفیسہ کے لیے x کی قیمت 7 ہے۔

کمال نے 6 کتابوں پر جلد بنوائی۔ پس کمال کے لیے x کی قیمت 6 ہے۔

احمد کے لیے　$5 \times x = 5 \times 4$

نفیسہ کے لیے　$5 \times x = 5 \times 7$

کمال کے لیے　$5 \times x = 5 \times 6$

$5 \times x$ سب کے لیے مختلف ہے x کی قیمت درج کرنے سے ہر ایک کی ادا کردہ رقم معلوم کی جاسکتی ہے۔ اسی طرح ہم کسی بھی تعداد کی کتابوں کی جلد بندی کی رقم معلوم کر سکتے ہیں۔

$5 \times x$ کو $5x$ لکھتے ہیں اور پانچ x پڑھتے ہیں۔

اور $x \times 5$ کو بھی $5x$ لکھتے ہیں۔

الجبرا میں ایک عدد اور ایک حرف کے حاصل ضرب میں ضرب کی علامت $(\times)$ استعمال نہیں کرتے۔ $x \times 10$ کو $10x$ اور $y \times 10$ کو $10y$ لکھتے ہیں۔

مثال 2: اگر ایک کاپی کی قیمت 4 روپے ہو تو y کاپیاں کتنے روپے میں آئیں گی؟

حل: ایک کاپی کی قیمت $= 4 \times 1 = 4$ روپے

y کاپی کی قیمت $= 4 \times y = 4y$ روپے

مثال 3: اگر کتاب کی قیمت 5 روپے اور کاپی کی قیمت 4 روپے ہو تو x کتابوں کی اور y کاپیوں کی کل کتنی قیمت ہوگی؟

حل: x کتابوں کی قیمت $= 5x$ روپے

y کاپیوں کی قیمت $= 4y$ روپے

کل قیمت $= 5x + 4y$ روپے

مثال 4: مستطیل کھیت کی لمبائی b سم اور چوڑائی a سم ہے۔ اگر روبینہ مستطیل کھیت کے گرد چکر لگائے تو بتایئے کہ اس نے کتنا فاصلہ طے کیا؟



حل: کل فاصلہ = 2 لمبائی + 2 چوڑائی

$= (2a + 2b)$ سم

6.3 الجبری اظہاریے

آپ نے اوپر مثالوں میں دیکھا کہ ہم کس طرح حسابی مسائل کو $5x + 4y$ اور $2a + 2b$ کے انداز میں لکھ سکتے ہیں۔ $5x + 4y$ اور $2a + 2b$ الجبری اظہاریے کہلاتے ہیں۔ اسی طرح $a + b + c, 2a + 3b, 6, 4x$ الجبری اظہاریے **(Algebraic Expressions)** ہیں۔

کسی الجبری اظہاریے کے تمام حصے جمع اور تفریق کی علامات کے ذریعے ایک دوسرے سے ملے ہوئے ہوتے ہیں، جیسے $5x + 4y$ میں جمع کا نشان ہے۔ $5x$ اور $4y$ اظہاریے کے رکن یا اس کی رقمیں **(Terms)** کہلاتی ہیں۔ اسی طرح $a + b$ ایک الجبری اظہاریے ہے جس میں دو رقمیں ہیں لیکن $a \div b$ یا $\frac{a}{b}$ اور ab میں دو رقمیں نہیں بلکہ یہ ایک رقمی اظہاریے ہیں۔

ایک الجبری اظہاریہ رقوم اور عوامل جمع اور تفریق پر مشتمل ہوتا ہے۔ رقوم کے اندر ضرب اور تقسیم کے عوامل ہو سکتے ہیں۔

$5x$ ایک رقمی اظہاریہ ہے۔ اسی طرح $3a \div b, 6, xy$ اور $4ab$ ایک رقمی اظہاریہ ہیں۔ ایک رقمی اظہاریہ کو سادہ اظہاریہ بھی کہتے ہیں۔

الجبری اظہاریے $5x + 4y$ میں دو رقمیں ہیں۔ پہلی رقم $5x$ اور دوسری رقم $4y$ ہے۔ پس $5x + 4y$ دو رقمی اظہاریہ ہے۔ اسی طرح جس اظہاریے میں تین رقمیں ہوں، تین رقمی اظہاریہ کہلاتا ہے۔

الجبری اظہاریے $2a - 3b + c \div d$ میں تین رقمیں $2a, 3b$ - اور $c \div d$ ہیں۔

پس $2a - 3b + c \div d$ تین رقمی اظہاریہ ہے۔

اسی طرح $4x + 3y + 9z + 6$ چار رقمی اظہاریہ ہے۔

ایک سے زیادہ رقم والے اظہاریے مرکب اظہاریے **(Compound Expression)** کہلاتے ہیں۔

الجبری اظہاریہ جو ایک رقم پر مشتمل ہو، سادہ اظہاریہ کہلاتا ہے۔ الجبری اظہاریہ جو دو یا دو سے زیادہ رقموں پر مشتمل ہو، مرکب اظہاریہ کہلاتا ہے۔

مثال: سادہ اور مرکب اظہاریے الگ الگ کیجیے۔

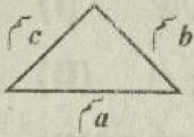
(i) $6a$　(ii) 8　(iii) $3a+2b$　(iv) $b \div c$

(v) $5x-3y+5z$　(vi) $4x \times 5y \div z$　(vii) $2s+9t$　(viii) $4l+5m+n$

حل: $4x \times 5y \div z, b \div c, 8, 6a$ سادہ اظہاریے ہیں۔

$4l+5m+n, 2s+9t, 5x-3y+5z, 3a+2b$ مرکب اظہاریے ہیں۔

مشق 6.1



1۔ ایک تکون کے اضلاع کی لمبائیاں a سم، b سم اور c سم ہیں۔ تکون کا احاطہ بتائیے۔

2۔ ایک چوکور کے دو ضلعے y و x کے برابر اور تیسرا اور چوتھا ہر ایک z کے برابر ہے۔ چوکور کا احاطہ الجبری اظہاریے کی صورت میں لکھیے۔

3۔ اگر ایک میز پوش کی لمبائی a میٹر اور چوڑائی b میٹر ہو تو اس کے کناروں پر کتنی بیل لگے گی؟

4۔ ایک رقمی، دو رقمی اور تین رقمی اظہاریے علیحدہ علیحدہ لکھیے۔

$5a$ ، $3b+6d$ ، $9x$ ، $8a+6b+3c$ ، $8x+9y+10z$

$4p$ ، $5s+9t$ ، $11q$ ، $5m+8n$ ، $9e+19f+g$ ، -100

5۔ دو ایک رقمی، تین دو رقمی اور چار تین رقمی اظہاریے لکھیے۔

6.4 متغیر

ہم نے ایک سادہ اظہاریہ $5x$ ، x کتابوں کی جلد بندھوانے کی اجرت کو ظاہر کرنے کے لیے بنایا تھا۔

یعنی　اگر $x = 4$ ہو تو $5x = 5 \times 4 = 20$

اگر $x = 7$ ہو تو $5x = 5 \times 7 = 35$

اگر $x = 6$ ہو تو $5x = 5 \times 6 = 30$

ظاہر ہوا کہ $5x$ سے مطلوبہ نتیجہ حاصل کرنے کے لیے ہر بار x کی قیمت کو تبدیل کرنا پڑتا ہے۔ پس x کی قیمت مستقل

نہیں ہے بلکہ تغیر پذیر ہے یعنی بدلتی رہتی ہے، لہٰذا x کو ہم متغیر **(Variables)** کہتے ہیں۔ کسی الجبری اظہاریے میں ایک سے زیادہ بھی متغیر ہو سکتے ہیں، مثلاً $5x + 3y + 2z$ میں x، y اور z متغیر ہیں۔

> انگریزی حروف میں سے کوئی ایک حرف، مثلاً x جو دیئے ہوئے اعداد میں سے کسی بھی عدد کو ظاہر کرتا ہے، متغیر **(Variable)** کہلاتا ہے۔

آیئے ایک مثال دیکھیے۔

مثال: جلال کے 3 بھائی ہیں۔ ہر بھائی نے جلال کو x روپے عیدی دی۔ جلال کے پاس 7 روپے پہلے سے موجود ہیں۔

(i) جلال کے پاس کل رقم کے لیے الجبری اظہاریہ لکھیے۔

(ii) اگر ہر بھائی نے 10 روپے عیدی دی تو جلال کے پاس کتنے روپے ہیں؟

(iii) اگر ہر بھائی نے 15 روپے عیدی دی تو جلال کے پاس کتنے روپے ہیں؟

حل:

(i) تینوں بھائیوں نے جلال کو عیدی دی $x + x + x = 3x$

پہلے سے موجود رقم = 7 روپے

پس جلال کے پاس کل رقم = روپے $(3x + 7)$

(ii) اگر $x = 10$ ہو تو جلال کے پاس کل رقم

$3x + 7 = 3 \times 10 + 7 =$ 37 روپے

(iii) اگر $x = 15$ ہو تو جلال کے پاس کل رقم

$3x + 7 = 3 \times 15 + 7 =$ 52 روپے

6.5 مستقل

اوپر دی ہوئی مثال میں $x = 10$ کے لیے $3x$ کی قیمت 30 ہے اور $x = 15$ کے لیے $3x$ کی قیمت 45 ہو جاتی ہے لیکن دونوں صورتوں میں الجبری اظہاریے $3x + 7$ کی دوسری رقم 7 پر کوئی اثر نہیں پڑتا۔ پس 7 مستقل ہے، یہ تبدیل نہیں ہوتا۔ اسی طرح $2x + 9$ میں 9 مستقل **(Constant)** ہے۔ بعض صورتوں میں حروف a, b, c وغیرہ بھی مستقل کے طور پر استعمال ہوتی ہیں۔ مثلاً $2x + a$ میں a مستقل اور x متغیر ہے۔

6.6 عددی سر

الجبری فقرے $3x + 7$ کی پہلی رقم $3x$ میں x یعنی متغیر کے ساتھ 3 ایک عدد ہے۔ اس رقم میں 3 متغیر x کا عددی سر (Coefficient) کہلاتا ہے۔

اسی طرح الجبری فقرے $4ab - 3c$ میں ab ،4 کا اور c ،3 - کا عددی سر ہے۔ عددی سر ہمیشہ حروف کے ساتھ لکھا جاتا ہے۔

$x + 1$ میں x کا عددی سر 1 ہے۔ عددی سر "1" لکھا نہیں جاتا۔ صرف متغیر کو پڑھتے ہیں۔

$-x - 2$ میں "-1" x کا عددی سر ہے۔

ایک بات یاد رکھیے کہ عام طور پر x، y و z متغیر کے لیے استعمال کرتے ہیں۔ مستقل کے لیے یا تو اعداد لکھتے ہیں یا a, b, c وغیرہ لکھے جاتے ہیں۔

6.7 اساس اور قوت

آیئے درج ذیل پر غور کرتے ہیں۔

$$a^5 = a \times a \times a \times a \times a$$

a^5 میں '5' قوت نما (Exponent) "a" کو اساس (Base) کہتے ہیں۔

اسی طرح x^6 میں، 'x' اساس جبکہ '6' قوت نما ہے۔

6.8 ہم قسم اور غیر ہم قسم رقوم

وہ رقوم ہم قسم کہلاتی ہیں جن میں قوت نما ایک جیسے ہوں۔ جبکہ ان کے عددی سر اور علامات ایک جیسی یا مختلف ہو سکتی ہیں۔

مثلاً $2x$, $3x$ - اور $\frac{5}{2}x$ ہم قسم رقوم ہیں۔

اسی طرح وہ رقوم غیر ہم قسم کہلاتی ہیں جن کے قوت نما یا اساس ایک دوسرے سے مختلف ہوں۔

مثلاً $3x^2$ - اور $4y$ غیر ہم قسم رقوم ہیں۔ اسی طرح $3x^2$ - اور $5x^4$ غیر ہم قسم رقوم ہیں۔

6.9 الجبری اظہاریے کا درجہ

کسی اظہاریے کے درجہ کا تعین اس کی رقموں کے متغیر کے بڑے سے بڑے قوت نما یا ان کے متغیرات کے قوت نماؤں کے مجموعے سے کیا جاتا ہے۔

ایسے الجبری اظہاریے جن میں رقموں کے قوت نما، ایک، دو، تین، چار وغیرہ ہوں وہ بالترتیب یک درجی، دو درجی، سہ درجی، چار درجی اظہاریے کہلاتے ہیں۔

مثلاً اظہاریے x و $x + y$ یک درجی اظہاریے ہیں۔

مندرجہ ذیل دو درجی اظہاریے ہیں۔

(i) $x^2 + 2x + 1$ (ii) $2 + 3xy$ (iii) $2x^2 + 6x + 2$ (iv) $ax^2 + bx + c$

اسی طرح ذیل میں سہ درجی اظہاریے ہیں۔

(i) $x^3 + 2x^2 + x + 1$ (ii) $3x^3 - 27$ (iii) $1 + 2y + 9y^2 + y^3$

(iv) $8x^3 - 6x + 1$ (v) $ax^3 + bx^2 + cx + d$

مندرجہ ذیل چار درجی اظہاریے ہیں۔

(i) $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$ (ii) $5 + y^2 + y^4$ (iii) $2x^4 + 3y^3 + 9y$

(iv) $9 - x^4$ (v) $a + bx + cx^2 + dx^3 + x^4$

مشق 6.2

1۔ مندرجہ ذیل الجبری اظہاریوں کے متغیر لکھیے۔

(i) $8x + 3$ (ii) $-7x + 1$ (iii) $6x + y$ (iv) $\frac{2x}{y}$

(v) $2xy$ (vi) $5 \div 3yz$ (vii) $3xyz$ (viii) $3xy + 9yz$

2۔ مندرجہ ذیل اظہاریوں کے مستقل لکھیے۔

(i) $2x + 2$ (ii) $-3 + x$ (iii) $xy + 1$

(iv) $xy + yz + \frac{1}{2}$ (v) $5x + 9$ (vi) $2x + 2y + 10$

3۔ مندرجہ ذیل میں متغیرات کے عددی سر بتایئے۔

(i) $-7x$ (ii) $5y$ (iii) $2x+3y$

(iv) $x+\frac{1}{2}y-\frac{1}{4}z$ (v) $\frac{1}{5}x+6y+1$

4۔ مندرجہ ذیل میں ہم قسم رقوم کو علیحدہ کیجیے۔

$2xy$ $4xy$, $-7xz$, $140xy$, $13yz$, xz,

$\frac{1}{5}xy$ $-9xyz$, $\frac{1}{4}yz$, $-2xy$, $5xz$, $\frac{1}{3}xyz$

5۔ مندرجہ ذیل رقموں کے قوت نما اور اساس لکھیے۔

(i) $4y^7$ (ii) 2^3 (iii) 8^9 (iv) x^7 (v) $13(xy)^6$ (vi) a^2

6۔ مندرجہ ذیل اظہاریوں کے درجے تحریر کیجیے۔

(i) $x+1$ (ii) x^3+x^2+x+1 (iii) $a^3+ab^2+ab^3$

(iv) $x^4+5x^3+4x^2+3x+2$ (v) x^2+2 (vi) $xy+yz+yx$

(vii) x^2y+xy^2 (viii) $1+2x+3x^2$ (ix) $2a+3a^2+4a^3$

(x) $x^4+x^3+x^2+x+1$ (xi) $2+x+3x^2+x^3+x^4$

7۔ عابد نے 5 بیگ خریدے۔ ہر بیگ کی قیمت x روپے ادا کی۔ قیمت ادا کرنے کے بعد عابد کے پاس 3 روپے باقی بچے۔

(i) عابد نے پانچوں بیگ کی کل کتنی قیمت ادا کی؟

(ii) بیگوں کی کل ادا کردہ رقم اور باقی رقم کے لیے الجبری اظہاریہ لکھیے۔

(iii) اگر $x = 30$ ہو تو عابد کے پاس کل کتنی رقم تھی؟

6.10 الجبری اظہاریوں کی جمع

6.10.1 سادہ اظہاریوں کی جمع

ہم جانتے ہیں کہ $x+x=2x$

$x+x+x=3x$

یعنی عددی سر سے معلوم ہوتا ہے کہ متغیر کو کتنی بار جمع کیا۔

$$2x + 3x = (x + x) + (x + x + x)$$

$$= x + x + x + x + x = 5x$$

لہٰذا ایک ہی قسم کی رقموں کو جمع کرنے کے لیے ان کے عددی سر جمع کرتے ہیں۔ جبکہ اساس اور قوت نما میں کوئی تبدیلی نہیں آتی۔

مندرجہ ذیل مثالیں دیکھیے۔

مثال 1: ایک لڑکے کے پاس 7 سیب تھے۔ 5 سیب اس نے اور لے لیے۔ اب اس کے پاس کتنے سیب ہیں۔

حل: طریقہ نمبر 1:

7 سیب
+ 5 سیب
12 سیب

طریقہ نمبر 2: 7 سیب + 5 سیب = (5+7) سیب

= 12 سیب

مثال 2: $7n + 5n$ کو مختصر کیجیے۔

حل: عمودی طریقہ:

$7n$
$+\ 5n$
$12n$

افقی طریقہ:

$$7n + 5n = (7 + 5)n$$

$$= 12n$$

غور کرنے کی بات یہ ہے کہ 7 سیب اور 5 سیب جمع کرنے پر 12 سیب ہوتے ہیں۔ ہم نے جمع حرف 7 اور 5 (جو عددی سر ہیں) کو کیا ہے۔ سیب (متغیر) اسی طرح لکھا گیا ہے۔

اسی طرح $7n$ اور $5n$ کے صرف عددی سر جمع کیے گئے۔ (متغیر) n اسی طرح رہا۔

مثال 3: $7y, 3y, y$ جمع کیجیے۔

حل: عمودی طریقہ:

$7y$
$3y$
$1y$
$11y$

افقی طریقہ:

$$7y + 3y + y = (7 + 3 + 1)y$$

$$= 11y$$

مثال 4: $10x, 2x, 3$ جمع کیجیے۔

حل: عمودی طریقہ:

$10x$
$2x$
$+3$
$12x+3$

افقی طریقہ:

$$10x + 2x + 3 = (10 + 2)x + 3$$

$$= 12x + 3$$

مثال 5: $2x^2, 3x^2, 2xy, 4xy$ جمع کیجیے۔

حل:

$$\begin{array}{r} 2x^2 \\ 3x^2 \\ +2xy \\ +4xy \\ \hline 5x^2+6xy \end{array}$$

6.10.2 مرکب اظہاریوں کی جمع

آیئے! چند مثالوں سے مرکب اظہاریوں کی جمع سیکھتے ہیں۔

مثال 1: $3x + 2y$ اور $5x + 4y$ کو جمع کیجیے۔

حل:

$$\begin{array}{r} 3x+2y \\ +5x+4y \\ \hline 8x+6y \end{array}$$

مثال 2: $3a + 2b + c$ اور $8c + 6b + a$ کو جمع کیجیے۔

حل:

$$\begin{array}{r} 3a+2b+c \\ +a+6b+8c \\ \hline 4a+8b+9c \end{array}$$

مثال 3: مندرجہ ذیل کو جمع کیجیے۔

$$5x^2 + xy + 7y^2,\ 3x^2 + 5xy,\ x^2 + 2xy + y^2$$

حل:

$$\begin{array}{r} x^2+2xy+y^2 \\ 3x^2+5xy \\ 5x^2+xy+7y^2 \\ \hline 9x^2+8xy+8y^2 \end{array}$$

مرکب اظہاریوں میں چند باتوں کا خیال رکھیے:

(i) مرکب جملوں کو قطاروں میں اس طرح لکھیے کہ ایک قسم کی رقمیں ایک کالم میں آجائیں۔

(ii) رقمیں لکھنے کے بعد جمع کا نشان لگائیں اور رقموں کے نیچے ایک خط کھینچ دیں۔

(iii) بائیں طرف سے شروع کرتے ہوئے ہم قسم رقموں کو الگ الگ جمع کر کے خط کے نیچے لکھ دیں۔

مشق 6.3

1۔ مندرجہ ذیل اظہاریوں کو جمع کیجیے۔

(i) $2x, x, 4x$ (ii) $2a, 3a, 6a, a$ (iii) $8ab, 4ab, ab, 6ab$ (iv) $2xy, 4xy, xy, 6xy, 3xy$

2۔ مختصر کیجیے۔

(i) $2x + 9x$ (ii) $a + 2a + 3a$

(iii) $x^2 + 3x^2 + 6x^2 + 10x^2$ (iv) $2ab + 3ab + 5ab + 7ab$

3۔ جمع کیجیے۔

(i) $3a + 2b,\ a + b,\ 4a$

(ii) $6x + 5y + 7z,\ 2x + 3y + z,\ 3x + y + z$

(iii) $ab + bc + ca,\ bc + 4ca + 2ab,\ 3ab + 2bc$

(iv) $3c + 4d + 5f,\ 5c + 7d + 6f,\ 7f + 3c + d$

6.11 الجبری اظہاریوں کی تفریق

درحقیقت تفریق جمع کا معکوس **(Inverse)** عمل ہے۔ مثلاً 4 میں سے 3 تفریق کرنا یا 4 میں "3-" جمع کرنا مترادف عمل ہیں۔

$$(+4)-(+3)=(+4)+(-3)=1$$

گویا جس عدد کو ہمیں تفریق کرنا ہے اگر اس عدد کی علامت الٹ کر اس کو جمع کر دیں تو تفریق کا عمل مکمل ہو جائے گا۔

مثال 1: $6x$ کو $9x$ میں سے تفریق کیجیے۔

حل: $(+9x)-(+6x) = (+9x)+(-6x)$

$= 9x - 6x = 3x$

مثال 2: $10y$ میں سے $6y-$ تفریق کیجیے۔

حل: $(+10y)-(-6y) = (+10y)+(+6y)$

$= 16y$

یا

$$\begin{array}{r} 10y \\ \underset{+}{-}6y \\ \hline 16y \\ \hline \end{array}$$

مثال 3: $8x+4y$ میں سے $3x-2y$ تفریق کیجیے۔

حل: $(8x+4y)-(3x-2y)$

$= (8x+4y)+(-3x+2y)$

$= 8x+4y-3x+2y$

$= (8x-3x)+(4y+2y)$

$= 5x+6y$

اس عمل کو مندرجہ ذیل طریقے سے بھی کر سکتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 8x+4y \\ +3x-2y \\ - \quad + \\ \hline 5x+6y \\ \hline \end{array}$$

مثال 4: $8x^2+5y^2$ سے $5x^2+2y^2$ تفریق کیجیے۔

حل:

$$\begin{array}{r} 8x^2+5y^2 \\ +5x^2+2y^2 \\ - \quad\; - \\ \hline 3x^2+3y^2 \\ \hline \end{array}$$

(علامت تبدیل کرنے سے)

مشق 6.4

تفریق کیجیے۔

(1) $\begin{array}{r} 8x \\ 5x \\ \hline \end{array}$

(2) $\begin{array}{r} 12ab \\ 9ab \\ \hline \end{array}$

(3) $\begin{array}{r} 5z^2 \\ -3z^2 \\ \hline \end{array}$

(4) $\begin{array}{r} 10xy \\ -17xy \\ \hline \end{array}$

(5) $\begin{array}{r} 2x+7y \\ 3x+5y \\ \hline \end{array}$

(6) $\begin{array}{r} 7a+7b \\ -6a+2b \\ \hline \end{array}$

(7) $\begin{array}{r} 4a^2+2ab+6b^2 \\ -2a^2+2ab+5b^2 \\ \hline \end{array}$

(8) $\begin{array}{r} 2x^2+15xy+9y^2 \\ x^2-20xy-3y^2 \\ \hline \end{array}$

9۔ $20f+30g+40$ کو $-20g-10f+20$ میں سے تفریق کیجیے۔

6.12 الجبری اظہاریوں کی ضرب

مختلف متغیرات پر مشتمل سادہ اظہاریوں کا حاصل ضرب مندرجہ ذیل اصولوں کے مطابق معلوم کیا جاتا ہے۔

1۔ مختلف متغیرات کو حاصل ضرب میں ایک دوسرے کے ساتھ رکھ دیا جاتا ہے، مثلاً b, a اور c کا حاصل ضرب ہوگا۔

$$a \times b \times c = abc$$

2۔ عددی سروں، مستقلات یا اعداد کا عام طریقے سے حاصل ضرب معلوم کیا جاتا ہے، مثلاً

$$6x^2 \times 3y \times 5 = 90x^2y$$

درج ذیل مثالوں کے ذریعے مزید وضاحت کی گئی ہے۔

مثال 1: مختصر کیجیے۔ $6x^2 \times 4$

حل: $6x^2 \times 4 = 6 \times 4 \times x^2 = 24x^2$

مثال 2: مختصر کیجیے۔ $5x \times 2y \times 10z$

حل:

$5x \times 2y \times 10z$

$= 5 \times 2 \times 10 \times x \times y \times z$

$= 100xyz$

مرکب اظہاریے اور سادہ اظہاریے کا حاصل ضرب اس طرح معلوم کرتے ہیں۔

مثال 3: $2x + 3y$ کو $3z$ سے ضرب دیجیے۔

حل:

$$\begin{array}{r} 2x + 3y \\ \times \quad 3z \\ \hline 6xz + 9zy \\ \hline \end{array}$$

مثال 4: $xy + yz$ کو ab سے ضرب دیجیے۔

حل:

$$\begin{array}{r} xy + yz \\ \times \quad ab \\ \hline abxy + abyz \\ \hline \end{array}$$

مشق 6.5

حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(1) $2x^2, 5$ (2) $2x^2, 6y$ (3) $10x^2, 5y^2$ (4) $3y^4, 9x^2, 3$ (5) $4a^2, 7b, 3$

(6) $3x + 1, 2y$ (7) $2a + 5, 3c$ (8) $a^2 + ab + b^2, mn$ (9) $x^2 + 2x + 1, yz$

(10) $\begin{array}{r} y + 5 \\ \times \quad x^3 \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (11) $\begin{array}{r} a^2 + a + 1 \\ \times \quad 2b \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (12) $\begin{array}{r} xy + yz \\ \times \quad ab \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (13) $\begin{array}{r} x^2 + 5xy + 3 \\ \times \quad 8m \\ \hline \\ \hline \end{array}$

6.13 قوانین قوت نما

6.13.1 ضرب کا قانون

ہم جانتے ہیں کہ

$$5 \times 5 = 25$$

$$5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$$

آسانی کے لیے ہم

5×5 کو 5^2 ، $5 \times 5 \times 5$ کو 5^3 اور $5 \times 5 \times 5 \times 5$ کو 5^4 لکھتے ہیں۔

پس

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$$

پس 5^4 کی قوت 4 ہے۔ جبکہ 5 اساس (Base) اور 4 قوت نما (Exponent) کہلاتا ہے۔

نوٹ: 5^1 کو ہم 5 لکھتے ہیں، اسی طرح 4^1 کو 4 لکھتے ہیں۔

اگر قوت نما ایک ہو تو اس کو لکھنے کی ضرورت نہیں۔

یعنی $a^1 = a$

a^n

قوت نما

اساس

اگر قوت نما 2 ہو یعنی a^2 تو اس کو a کا مربع کہتے ہیں۔

اگر قوت نما 3 ہو یعنی a^3 تو اس کو a کا مکعب کہتے ہیں۔

پس a^n ایک قوت ہے a اس کی اساس اور n قوت نما ہے۔

مثال 1: $6 \times 6 \times 6 \times 6$ کو قوت نما کی شکل میں لکھیے۔

حل: $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^4$

مثال 2: $x \times x \times x \times x \times x \times x$ کو قوت نما کی شکل میں لکھیے۔

حل:
$$x \times x \times x \times x \times x \times x = x^6$$

مثال 3: $4^3 \times 4^2$ کو 4 قوت نما کی شکل میں لکھیے۔

حل:
$$= 4 \times 4 \times 4 \quad \times \quad 4 \times 4$$
$$= 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$$

ہم یوں بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$4^3 \times 4^2 = 4^{3+2} = 4^5$$

مثال 4: $2a^4 \times 3a^3$ کو a کے ایک قوت نما کی شکل میں لکھیے۔

حل:
$$2a^4 \times 3a^3 = 2 \times 3 \times a^{4+3}$$
$$= 6a^7$$

ایک ہی اساس کی دو قوتوں کو ضرب دینے کے لیے ان کے قوت نماؤں کو جمع کیا جاتا ہے اور عددی سروں کو ضرب دیا جاتا ہے۔

علامتی طور پر اسے یوں لکھتے ہیں:

$$x^m . x^n = x^{m+n}$$

جبکہ m اور n قدرتی اعداد ہیں۔

مثال 5: مختصر کیجیے۔ $x^5y^3 \times x^4y^2$

حل:
$$x^5y^4 \times x^4y^2 = x^5 \times y^4 \times x^4 \times y^2$$
$$= x^5 \times x^4 \times y^4 \times y^2$$
$$= x^{5+4} \times y^{4+2}$$
$$= x^9y^6$$

مشق 6.6

1۔ درج ذیل کو قوت نما میں لکھیے۔

(i) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ (ii) 8×8 (iii) 15×15 (iv) $a \times a \times a$

2۔ ضرب کی صورت میں لکھیے۔

(i) 12^3　(ii) 2^8　(iii) a^3　(iv) x^6

3۔ درج ذیل کو ایک قوت نما میں لکھیے۔

(i) $4^3 \times 4^8$　(ii) $2^8 \times 2^4$　(iii) $8^5 \times 8^2$

(iv) $a^6 \times a^2$　(v) $b^9 \times b^{11}$　(vi) $x^9 \times x^8$

4۔ مختصر کیجیے۔

(i) $5^7 \times 4^3 \times 5^2 \times 4^2$　(ii) $a^3 \times b^2 \times a^5 \times b^7$　(iii) $3a^3b^5 \times 6a^2b^3$

(iv) $7x^2y^6 \times 8x^4y^3$　(v) $14x^4y^3 \times 2x^3y^5$

5۔ کیا آپ $(2x)^2$ اور $2x^2$ میں فرق بتا سکتے ہیں؟

6۔ کیا آپ $(x^5)^3$ کی قیمت معلوم کر سکتے ہیں؟

6.13.2 تقسیم کا قانون

آیئے تقسیم کے سوالوں کی کچھ مثالیں دیکھتے ہیں۔

مثال 1: $9^5 \div 9^2$ کو مختصر کیجیے۔

حل:

$$9^5 \div 9^2 = \frac{9^5}{9^2}$$

$$= \frac{9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9}{9 \times 9}$$

$$= 9 \times 9 \times 9 = 9^3$$

مثال 2: $x^7 \div x^5$ کو مختصر کیجیے۔

حل:

$$x^7 \div x^5 = \frac{x^7}{x^5}$$

$$= \frac{x.x.x.x.x.x.x}{x.x.x.x.x}$$

$$= x.x = x^2$$

مثال 3: $10b^5 \div 5b^3$ کو مختصر کیجیے۔

حل:

$$10b^5 \div 5b^3 = \frac{10b^5}{5b^3}$$

$$= \frac{10.b.b.b.b.b}{5.b.b.b} = 2b^2$$

مندرجہ بالا مثالوں سے یہ بات سامنے آتی ہے کہ خارج قسمت دراصل مقسوم اور مقسوم علیہ رقم کے قوت نماؤں کا فرق ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ تقسیم ضرب کا معکوس عمل ہے۔ ضرب کرتے وقت قوت نماؤں کو جمع کرتے ہیں، اس لیے تقسیم کرتے وقت قوت نماؤں کا فرق معلوم کریں گے۔

یعنی

$$9^5 \div 9^2 = 9^{5-2} = 9^3$$

اور

$$x^7 \div x^5 = \frac{x^7}{x^5} = x^{7-5} = x^2$$

ان دونوں مثالوں میں اساس ایک جیسا ہے اور قوت نماؤں کا فرق معلوم کیا گیا ہے۔
پس ایک ہی جیسے اساس کی دو قوت نماؤں کو تقسیم کرنے کا اصول یہ ہوگا۔

> ایک ہی جیسے اساس کی تقسیم کرنے کے لیے شمار کنندہ کے قوت نما میں سے نسب نما کا قوت نما تفریق کرتے ہیں اور عددی سروں کو عام اصول کے مطابق مختصر کیا جاتا ہے۔

علامتی طور پر اسے یوں لکھتے ہیں۔

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

یہاں m اور n قدرتی اعداد ہیں۔

مثال 4: ایک قوت نما میں لکھیے۔ $5a^7 \div a^3$

حل:

$$5a^7 \div a^3 = 5a^{7-3} = 5a^4$$

مشق 6.7

1۔ مختصر کیجیے۔

(1) $8^6 \div 8^3$　　(2) $6^5 \div 6^2$　　(3) $a^5 \div a^2$

(4) $x^8 \div x^3$ (5) $a^7b^6 \div a^2b^2$ (6) $a^4b^4 \div 4a^3b^2$

(7) $49x^7y^{12} \div 7x^3y^4$ (8) $q^7 \times q^6 \div q^5$ (9) $x^5 \times x^{10} \div x^4$

(10) $a^2 \times a^3 \div a$ (11) $x^9 \div x^8$ (12) $a^3 \times a^3 \div a^6$

6.14 قوت نما کے قوانین کا اطلاق

مندرجہ ذیل مثالیں دیکھیں۔

مثال 1: $6xy$ کو $2x$ سے تقسیم کیجیے۔

حل: $$6xy \div 2x = \frac{6xy}{2x} = 3y$$

مثال 2: $6a^2b^2c^2$ کو $3abc$ سے تقسیم کیجیے۔

حل: $$6a^2b^2c^2 \div 3abc = \frac{6a^2b^2c^2}{3abc}$$

$$= 2a^{2-1}b^{2-1}c^{2-1} = 2abc$$

مثال 3: مختصر کیجیے۔ $\frac{1}{3x}(x^2 + 3x)$

حل: $$\frac{1}{3x}(x^2 + 3x) = \frac{x^2}{x} + \frac{3x}{x}$$

$$= x^{2-1} + 3x^{1-1}$$

$$= x^1 + 3x^0$$

$$= x + 3(1) \quad (\text{چونکہ } x^0 = 1)$$

$$= x + 3$$

مشق 6.8

مختصر کیجیے۔

(1) $2x(x+4)$ (2) $3x(x^2+2x-1)$ (3) $y^2\left(y-\frac{3}{2}\right)$

(4) $x\left(x+xy-xz^2\right)$ (5) $a\left(ab+bc+cd\right)$ (6) $y^3\left(y^2-2y+3\right)$

(7) $\frac{1}{x}\left(x^2+3x-1\right)$ (8) $\frac{3}{x}\left(x^2-3x+2\right)$ (9) $\frac{2}{x^2}\left(x^2-x+1\right)$

(10) $xy\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{xy}+\frac{z}{2}\right)$ (11) $x^2y\left(\frac{1}{2x}+\frac{3}{yz}+\frac{9}{xyz}\right)$ (12) $\frac{x^3}{3}\left(\frac{1}{2x^2}-\frac{3}{x}\right)$

6.15 جملہ

ہم سیکھ چکے ہیں کہ الجبری اظہاریہ اعداد، متغیر اور بنیادی عوامل پر مشتمل ہوتا ہے۔

مثلاً (i) $4+3$, (ii) $x-2$, (iii) $2x^2-3x+4$,

اب غور کیجیے ان اظہاریوں کا مفہوم مکمل نہیں ہے اور نہ ہی یہ کسی عدد یا اظہاریہ سے کوئی تعلق ظاہر کرتے ہیں۔ لیکن اگر یہ لکھا جائے کہ $4+3=7$ تو اس میں مکمل مفہوم ہے کہ 4 اور 3 کو جمع کرنے سے 7 آتا ہے۔ یہاں $4+3$ اور 7 کے درمیان ایک تعلق بھی ہے اور وہ تعلق مساوی (=) کا ہے۔

اسی طرح اگر یہ لکھا جائے کہ $x-2>10$ تو اس میں بھی ایک مکمل مفہوم ہے اور ایک تعلق (بڑا ہے) (>) بھی موجود ہے۔ یہاں $4+3=7$ اور $x-2>10$ جملے کہلاتے ہیں۔

اعداد اور رقموں کا ایک ایسا گروپ جن میں مکمل مفہوم اور کوئی تعلق پایا جائے جملہ (Sentence) کہلاتا ہے۔

اس کو ہم یوں بھی کہہ سکتے ہیں کہ

اگر دو اظہاریوں کو کسی تعلق کے ذریعے جوڑ دیا جائے تو اس کو جملہ (Sentence) کہتے ہیں۔

دو الجبری اظہاریوں میں تعلق ہونے کے لیے مندرجہ ذیل علامات استعمال کی جاتی ہیں۔

- $=$ مساوی ہونے کو ظاہر کرتا ہے۔
- $\neq$ مساوی نہ ہونے کو ظاہر کرتا ہے۔
- $<$ چھوٹا ہونے کو ظاہر کرتا ہے۔
- $\nless$ چھوٹا نہ ہونے کو ظاہر کرتا ہے۔
- $>$ بڑا ہونے کو ظاہر کرتا ہے۔
- $\ngtr$ بڑا نہ ہونے کو ظاہر کرتا ہے۔

6.16 الجبری جملوں کی اقسام

عام بیانات یا جملے کچھ درست ہوتے ہیں اور کچھ غلط۔ کچھ جملے ایسے بھی ہوتے ہیں جن کے متعلق یہ فیصلہ نہیں کیا جا سکتا کہ یہ درست ہیں یا غلط ہیں، جب تک کہ ان کے متعلق ہمیں مزید معلومات نہ دی جائیں۔ مثلاً زمین ناہموار ہے۔ یہ ایک جملہ ہے لیکن ہمیں نہیں معلوم کہ یہ جملہ درست ہے یا غلط، کیونکہ ہمیں نہیں معلوم کہ یہ کس جگہ کا ذکر ہے اور وہ جگہ کیسی ہے اس قسم کی جملوں کو کھلے جملے کہتے ہیں پس جملے تین قسم کے ہوتے ہیں۔

(i) درست جملے **(True Sentences)** **(ii)** غلط جملے **(False Sentences)**

(iii) کھلے جملے **(Open Sentences)**

آیئے! اب ہم ان پر الگ الگ غور کرتے ہیں۔

6.16.1 درست جملے

مندرجہ ذیل جملوں کو دیکھیے۔

$$5+9=14$$

$2x+4x=6x$ (x کی کوئی بھی قیمت لے لی جائے بیان درست رہے گا۔)

$x+5>x$ (x کی کوئی بھی قیمت لے لی جائے بیان درست رہے گا۔)

$y-3<y$ (y کی کوئی بھی قیمت لے لی جائے بیان درست رہے گا۔)

پس اوپر دیئے ہوئے سب جملے درست ہیں، لہٰذا

> وہ جملہ جس کے دونوں طرف کے اظہاریے دی ہوئی شرائط کے مطابق صحیح تعلق ظاہر کرتے ہوں، درست جملہ کہلاتا ہے۔

6.16.2 غلط جملے

مندرجہ ذیل جملے دیکھیے۔

$$6>10,\ 5x+6x<10x,\ x+x=3x,\ 8+3=9$$

اوپر دیئے ہوئے سب جملے غلط ہیں۔

> وہ جملہ جس کے دونوں طرف کے اظہاریے دی ہوئی شرائط کے مطابق صحیح تعلق ظاہر نہ کرتے ہوں، غلط جملہ کہلاتا ہے۔

6.16.3 کھلے جملے

نیچے دیئے ہوئے جملوں پر غور کیجیے۔

$8 + x = 9x$ (یہ جملہ صرف $x = 1$ کے لیے درست ہے۔ جبکہ $x = 2$ کے لیے غلط ہے۔)

$2x > 3$ (یہ جملہ $x = 1$ کے لیے غلط ہے۔ جبکہ $x = 2$ کے لیے درست ہے۔)

$4x < 3x + 5$ (اس جملے میں اگر $x < 5$ ہوتو جملہ درست ہے۔)

سوچ کر بتائیے کس طرح؟ گویا ہم ان جملوں کے بارے میں کوئی حتمی فیصلہ نہیں کر سکتے کہ یہ درست ہیں یا غلط ہیں۔

وہ جملے جو بعض شرائط کے مطابق درست اور بعض شرائط کے مطابق غلط ہوں کھلے جملے کہلاتے ہیں۔

آئیے! کچھ مثالیں دیکھتے ہیں۔

مثال 1: وہ عدد بتائیے جو $x + 5 = 12$ میں متغیر کی جگہ لکھیں تو جملہ درست ہوگا۔

حل: $x + 5 = 12$ میں x کی جگہ 7 لکھنے سے $7 + 5 = 12$ ایک درست جملہ حاصل ہوا۔

پس اگر $x = 7$ ہوتو $x + 5 = 12$ ایک درست جملہ ہے۔

مثال 2: وہ عدد بتائیے جو $y - 21 = 6$ میں متغیر کی جگہ لکھیں تو جملہ درست ہوگا۔

حل: $y - 21 = 6$ میں y کی جگہ 27 لکھنے سے $27 - 21 = 6$ ایک درست جملہ حاصل ہوا۔

پس $y = 27$ ہوتو $y - 21 = 6$ ایک درست جملہ ہے۔

مثال 3: وہ عدد بتائیے جو $2x + 7 = 19$ میں متغیر کی جگہ لکھیں تو جملہ درست ہے۔

حل: $2x + 7 = 19$ میں x کی جگہ 6 لکھنے سے $2(6) + 7 = 19$ ایک درست جملہ ہوگا۔

پس $x = 6$ ہوتو $2x + 7 = 19$ ایک درست جملہ ہے۔

6.17 حسابی مسائل اور کھلے جملے

آیئے! اب ہم کچھ عبارتی سوال حل کرتے ہیں۔

مثال 1: ایک عدد x اور 6 کو جمع کرنے سے 14 جواب آتا ہے۔ x کی قیمت بتایئے۔

حل: x اور 6 کو جمع کرنے سے اظہاریہ $x + 6$ بنتا ہے۔ سوال کی شرط کے مطابق $x + 6 = 14$ ایک کھلا جملہ ہے۔

اگر x کی جگہ 8 لکھا جائے تو $8 + 6 = 14$ ایک درست جملہ ہے۔

پس $x = 8$

مثال 2: ایک قلم کی قیمت x روپے ہے۔ آصف نے 3 قلم خریدے اور 15 روپے قیمت ادا کی۔ بتایئے کہ x کس کے برابر ہے؟

حل: اگر ایک قلم کی قیمت x ہو تو 3 قلموں کی قیمت $3x$ ہوگی۔

یوں ایک اظہاریہ $3x$ حاصل ہوا۔ سوال کی شرط کے مطابق کھلا جملہ $3x = 15$ ہے۔

اس میں x کی جگہ 5 لکھنے سے $3 \times 5 = 15$ ایک درست جملہ ہے۔

پس $x = 5$

مشق 6.9

1۔ کون سے جملے درست ہیں؟

(i) $5 + 9 = 18$ (ii) $8 + 3 = 11$ (iii) $21 - 8 = 13$ (iv) $18 - 13 = 15$

2۔ درج ذیل جملوں کے لیے وہ عدد بتایئے جو متغیر کی جگہ لکھیں تو جملہ درست رہتا ہے۔

(i) $6 + x = 15$ (ii) $y + 5 = 8$ (iii) $14 - z = 8$

(iv) $24 - p = 20$ (v) $3x + 1 = 10$ (vi) $35 - t = 29$

3۔ جمیل اور آمنہ بہن بھائی ہیں۔ جمیل کی عمر x سال ہے۔ جبکہ آمنہ جمیل سے 2 سال چھوٹی ہے۔

(i) آمنہ کی عمر کے لیے الجبری اظہاریہ بتایئے۔

(ii) اگر جمیل کی عمر 12 سال ہو تو آمنہ کی عمر بتائیے۔

4۔ x کو 3 سے ضرب دے کر جواب میں سے 5 تفریق کیجیے۔ حاصل ہونے والے اظہاریہ کو 22 کے برابر لکھیں۔ اب x کی وہ قیمت معلوم کیجیے جس کے لیے یہ جملہ درست ہے۔

5۔ ایک تختی کی قیمت x روپے ہے۔ ایسی 7 تختیاں خریدی گئیں۔ کل 42 روپے ادا کیے گئے۔ x کی قیمت بتائیے۔

6۔ مندرجہ ذیل جملوں میں سے کون سے کھلے جملے ہیں۔

(i) $x+3=9$ (ii) $3a+4=8$ (iii) $11+x<7$

(iv) $18<20$ (v) $15<10$ (vi) $x+3>12$

(vii) $9+4=13$ (viii) $4\times3>7+2$ (ix) $x+5<10$

7۔ مندرجہ ذیل میں سے الجبری جملے اور اظہاریے الگ الگ کیجیے۔

(i) $4x=8$ (ii) $9a^2$ (iii) $8a+5$

(iv) $8a+5>9$ (v) $2a+15$ (vi) $7x>5$

(vii) $5x<15$ (viii) $7+6>12$

8۔ مندرجہ ذیل جملوں میں کون سے درست ہیں اور کون سے غلط؟

(i) $9a=5a+5a$ (ii) $\frac{15}{3}x=3x$ (iii) $3a+a>a$

(iv) $6a-2a=4a$ (v) $8+1>5$ (vi) $7+5=4$

(vii) $\frac{12}{3}>6$ (viii) $7+10=17$

6.18 ایک متغیر میں خطی مساوات

آپ نے مساوات کے بارے میں ضرور سنا ہوگا، یعنی کہ تمام لوگوں کے حقوق مساوی ہیں۔ الجبرے میں بھی مساوات کا لفظ برابری کے معنوں میں استعمال ہوتا ہے۔ اس باب میں آپ ان خاص الجبری جملوں کے بارے میں پڑھیں گے جنھیں ہم مساوات اور غیر مساوات کہتے ہیں۔

سامنے دیئے گئے ترازو کے دائیں طرف دس گرام کا باٹ ہے۔ بائیں طرف ایک آٹھ گرام کا باٹ اور ایک نامعلوم باٹ ہے۔ اگر اس ترازو کے دونوں پلڑے توازن میں ہوں تو کیا آپ نامعلوم باٹ کا وزن بتا سکتے ہیں؟

8gm ?gm 10gm

آیئے! نامعلوم باٹ کے وزن کو x سے ظاہر کریں۔ اس مسئلے کو ہم ایک کھلے جملے کی شکل میں یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$x + 8 = 10$$

اس کھلے جملے میں x کی بجائے **2** لکھیں تو $2 + 8 = 10$ حاصل ہوتا ہے جو کہ ایک درست جملہ ہے۔

پس **2** گرام کا باٹ اگر ترازو کے بائیں طرف **8** گرام کے باٹ کے ساتھ رکھ دیا جائے تو ترازو توازن میں رہے گا۔

جملہ $x + 8 = 10$ مساوات ہے اور عدد **2** اس مساوات کا حل ہے۔

یہ مساوات ایک متغیر 'x' پر مشتمل ہے اور اس کا درجہ بھی ایک ہے۔

ایسی مساوات کو ایک متغیر میں خطی مساوات **(Linear Equation in One Variable)** کہتے ہیں۔

اس باب میں ہم خطی مساوات کو صرف مساوات لکھیں گے۔

> ایک ایسا جملہ جو دو الجبری اظہاریوں کے برابر ہونے کو ظاہر کرے، مساوات کہلاتا ہے۔
>
> متغیر کی وہ قیمت جو مساوات کو درست کر دے، مساوات کا حل کہلاتی ہے۔

خطی مساوات کی کچھ مزید مثالیں یہ ہیں۔

$$x = 4,\ \ x + 8 = 15,\ \ 5y = 30,\ \ 8t - 2 = 3t + 8$$

ان مثالوں سے آپ اخذ کر سکتے ہیں کہ وہ کھلا جملہ جس میں برابر کی علامت ''='' استعمال کی جائے مساوات کہلاتا ہے۔

6.19 مساوات حل کرنا

مثال 1: $x + 5 = 11$ کو حل کیجیے۔

حل: آیئے ہم دی ہوئی مساوات میں x کی مختلف قیمتیں رکھتے ہیں۔

اگر $x = 1$ ہو تو $1 + 5 = 11$ جو کہ غلط جملہ ہے۔

$x = 2$ ہو تو $2 + 5 = 11$ جو کہ غلط جملہ ہے۔

$x = 3$ ہو تو $3 + 5 = 11$ جو کہ غلط جملہ ہے۔

$x = 4$ ہو تو $4 + 5 = 11$ جو کہ غلط جملہ ہے۔

$x = 5$ ہو تو $5 + 5 = 11$ جو کہ غلط جملہ ہے۔

$x = 6$ ہو تو $6 + 5 = 11$ جو کہ درست جملہ ہے۔

آیئے! $x + 5 = 11$ کو ایک اور طریقے سے حل کرتے ہیں۔

$$x + 5 = 11$$

یا $x + 5 - 5 = 11 - 5$　　(اطراف سے 5 تفریق کرنے سے)

یا $x + 0 = 6$

یا $x = 6$

اوپر ہم نے مساوات $x + 5 = 11$ کو تفریق کے اصول سے حل کیا۔

> تفریق کا اصول:　مساوات کے دونوں اطراف سے ایک ہی عدد تفریق کیا جا سکتا ہے۔

مثال 2:　$x - 8 = 21$ کو حل کیجیے۔

حل:

$$x - 8 = 21$$

یا $x + 8 + 8 = 21 + 8$　　(اطراف میں 8 جمع کیا)

یا $x = 29$

پڑتال:

$$x - 8 = 21$$

یا $29 - 8 = 21$　　(x کے بجائے 29 لکھا)

$$21 = 21$$

جو ایک درست جملہ ہے۔ ہم نے مساوات $x - 8 = 21$ کو جمع کے اصول سے حل کیا ہے۔

> جمع کا اصول:　مساوات کی دونوں اطراف میں ایک ہی عدد جمع کیا جا سکتا ہے۔

اسی طرح ضرب اور تقسیم کے لیے بھی اصول ہیں۔

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کیجیے۔

مثال 3: $7x = 84$ کو حل کیجیے۔

حل:

$$7x = 84$$

یا $\frac{7x}{7} = \frac{84}{7}$ (اطراف کو 7 سے تقسیم کیا)

یا $x = 12$

پڑتال:

$$7x = 84$$

یا $7 \times 12 = 84$ (x کی بجائے 12 لکھا)

$84 = 84$ جو درست جملہ ہے۔

تقسیم کا اصول: مساوات کی دونوں اطراف میں ایک ہی غیر صفر عدد سے تقسیم کیا جا سکتا ہے۔

مثال 4: حل کیجیے۔ $\frac{x}{3} = 7$

حل:

$$\frac{x}{3} = 7$$

یا $\frac{3 \times x}{3} = 3 \times 7$ (اطراف کو 3 سے ضرب دی)

یا $x = 21$

پڑتال:

$$\frac{x}{3} = 7$$

$\frac{21}{3} = 7$ (x کی بجائے 21 لکھا)

$7 = 7$ جو درست جملہ ہے۔

ضرب کا اصول: مساوات کی دونوں اطراف میں ایک ہی غیر صفر عدد سے ضرب دی جا سکتی ہے۔

اطراف کو بدلنا: مساوات کی دونوں اطراف کو ایک دوسرے سے بدلا جا سکتا ہے۔

آیئے! ان اصولوں کو اکٹھا کر کے لکھیں۔

اصول	دی گئی مساوات	مساوات کا حل اس طرح لکھ سکتے ہیں
جمع کا اصول:۔ مساوات کے دونوں اطراف میں ایک ہی عدد جمع کیا جاسکتا ہے۔	$x-3=5$	$x-3+3=5+3$ یا $x=8$
تفریق کا اصول:۔ مساوات کے دونوں اطراف سے ایک ہی عدد تفریق کیا جاسکتا ہے۔	$x+6=10$	$x+6-6=10-6$ یا $x=4$
ضرب کا اصول:۔ مساوات کے دونوں اطراف کو ایک ہی غیر صفر عدد سے ضرب دی جاسکتی ہے۔	$\frac{x}{2}=3$	$2\times\frac{x}{2}=2\times 3$ یا $x=6$
تقسیم کا اصول:۔ مساوات کے دونوں اطراف کو ایک ہی غیر صفر عدد سے تقسیم کیا جاسکتا ہے۔	$4x=12$	$\frac{4x}{4}=\frac{12}{4}$ یا $x=3$
مساوات کی اطراف کو ایک دوسرے سے بدلا جاسکتا ہے۔	$7=x+2$	$x+2=7$

مثال 5: حل کیجیے۔ $-5t=20$

حل:

$$-5t=20$$

(اطراف کو 5- سے تقسیم کیا) یا $\frac{-5t}{-5}=\frac{20}{-5}$

یا $t=-4$

پڑتال

$$-5t=20$$

(t بجائے 4- لکھا) یا $-5(-4)=20$

یا $20=20$ جو درست جملہ ہے۔

لہٰذا دی ہوئی مساوات کا حل 4- ہے۔

مثال 6: حل کیجیے۔ $3y-2=10$

حل:

$$3y-2=10$$

یا $3y-2+2=10+2$ (اطراف میں 2 جمع کیا)

یا $3y=12$

یا $\frac{3y}{3}=\frac{12}{3}$ (اطراف کو 3 سے تقسیم کیا)

یا $y=4$

پڑتال $3y-2=10$

یا $3(4)-2=10$ (y بجائے 4 لکھا)

یا $12-2=10$

یا $10=10$ جو درست جملہ ہے۔

مشق 6.10

پہلے حل کیجیے اور پھر پڑتال کیجیے۔

(1) $x-7=8$ (2) $y+5=12$ (3) $x+2=8$

(4) $7y=14$ (5) $3x=30$ (6) $y-16=2$

(7) $6t=18$ (8) $5y=65$ (9) $4t=16$

(10) $\frac{x}{4}=3$ (11) $6x+1=49$ (12) $8x=32$

(13) $7y+2=44$ (14) $6=x+9$ (15) $9x-21=78$

(16) $5=3x-10$ (17) $\frac{3}{4}x-2=\frac{1}{4}x+6$ (18) $\frac{4}{9}x-\frac{3}{4}=\frac{1}{9}x-\frac{1}{4}$

6.19 مساوات کے عبارتی سوالات

عبارتی سوالات کو مساوات کے ذریعے حل کرنے کی اسکیم جارج پولیا نے بنائی۔ وہ ہنگری کے رہنے والے تھے اور 1965ء میں فوت ہوئے۔ وہ ریاضی کے بہترین استاد تھے۔ ان کی ایک عجیب بات مشہور ہے کہ انہوں نے خود کبھی کار نہیں چلائی۔

آیئے! ہم عبارتی سوالات حل کرنا مثالوں کے ذریعے سیکھتے ہیں۔

مثال 1: ہاشم اور زرغونہ نے مل کر ہلال احمر کے فنڈ میں 47 روپے دیئے۔ اس رقم میں ہاشم کا حصہ 25 روپے تھا۔ بتایئے کہ زرغونہ کا حصہ کتنا تھا؟

حل: آیئے! معلوم کرتے ہیں۔

پہلے تو غور سے عبارت پڑھیئے۔ معلوم ہوا کہ کل رقم میں زرغونہ کا حصہ پوچھا گیا ہے۔ اسے x فرض کرتے ہیں۔

فرض کیا زرغونہ کا حصہ $= x$ روپے

ہاشم کا حصہ $= 25$ روپے

دونوں کا حصہ $= x + 25$ روپے

لیکن دیا ہوا دونوں کا حصہ $= 47$ روپے

$$x + 25 = 47$$

یہ مساوات ہے آیئے اسے حل کرتے ہیں۔

$$x + 25 = 47$$

یا
$$x + 25 - 25 = 47 - 25$$

یا
$$x = 22$$

پس زرغونہ کا حصہ 22 روپے تھا۔

عبارتی سوالات حل کرنے کے لیے مندرجہ ذیل باتیں یاد رکھیں:۔

(i) عبارت کو غور سے پڑھیں۔ ضرورت ہو تو بار بار پڑھیں تا کہ خاکہ ذہن میں آ جائے۔

(ii) معلوم کریں کہ آپ سے کیا پوچھا گیا ہے۔

(iii) جو پوچھا گیا ہے اسے x یا y یا کسی بھی متغیر سے ظاہر کریں۔

(iv) اب دی گئی شرائط کے مطابق ان سے مساوات بنا لیں۔

(v) اس مساوات کا حل مطلوبہ جواب ہوگا۔

(vi) جواب کی پڑتال کریں۔

مثال 2: زاہد سلیم کا چھوٹا بھائی ہے دونوں نے پکنک کے لیے جھیل جانے کا پروگرام بنایا اور **44** روپے اکٹھے کیے۔ سلیم نے زاہد سے **6** روپے زیادہ دیئے۔ بتائیے کہ زاہد نے کتنے روپے دیئے؟

حل: فرض کیا زاہد نے دیئے $= x$ روپے

سلیم نے **6** روپے زیادہ دیئے

سلیم نے دیئے $= (x+6)$ روپے

کل رقم $= x + (x+6)$ روپے

لیکن دی ہوئی رقم $= 44$ روپے

پس

$$x + (x+6) = 44$$

یا
$$x + x + 6 = 44$$

یا
$$2x + 6 = 44$$

یا
$$2x + 6 - 6 = 44 - 6$$

یا
$$2x = 38$$

یا
$$\frac{2x}{2} = \frac{38}{2}$$

یا
$$x = 19$$

پس زاہد نے **19** روپے دیئے۔

مثال 3: ایک عدد اور 8 کے حاصل جمع کو 5 سے ضرب دی گئی تو عدد 60 حاصل ہوا۔ عدد بتائیے۔

حل: آیئے! عدد کو x فرض کرتے ہیں۔

عدد اور 8 کا حاصل جمع $= x + 8$

اسے 5 سے ضرب دی تو حاصل ہوا $= 5(x+8)$

دیا ہوا حاصل ضرب $= 60$

پس
$$5(x+8) = 60$$

یا
$$5x + 40 = 60$$

یا
$$5x + 40 - 40 = 60 - 40$$

یا
$$5x = 20$$

یا
$$\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$$

یا
$$x = 4$$

پس عدد 4 ہے۔

مشق 6.11

1۔ زرینہ نے ایک سرخ قمیض اور ایک سبز قمیض پر کل 44 شیشے ٹانکے۔ اگر سرخ قمیض پر 6 شیشے زیادہ ٹانکے ہوں تو بتایئے کہ سبز قمیض پر کتنے شیشے ٹانکے ہوں گے؟

2۔ جمال اور سلیم نے ایک کرکٹ میچ کے اسکور میں 84 رنز کا اضافہ کیا۔ اگر جمال نے سلیم سے 12 رنز زیادہ بنائے تو سلیم نے کتنے رنز بنائے ہوں گے؟

3۔ ایک عدد میں اس کا دگنا جمع کرنے سے 90 حاصل ہوتا ہے۔ عدد بتایئے۔

4۔ ایک عدد اور 6 کے حاصل جمع کو 7 سے ضرب دی گئی تو عدد 77 حاصل ہوا۔ عدد معلوم کیجیے۔

5۔ ایک عدد کے چار گنا میں 6 جمع کرنے سے 42 حاصل ہوا۔ عدد معلوم کیجیے۔

6۔ مہوش اور اس کی بیٹی کی عمروں کا مجموعہ 22 سال ہے اگر مہوش کی بیٹی اس سے 20 سال چھوٹی ہو تو بیٹی کی عمر کتنی ہے؟

7۔ جب عذرا کتاب کھولتی ہے تو اس کے سامنے دو صفحے آتے ہیں۔ اگر ان صفحات کے نمبروں کا مجموعہ 155 ہو تو بتایئے کہ ان دو صفحوں پر کیا نمبر دیئے گئے ہیں؟

متفرق مشق 6

1۔ الجبری اظہاریوں میں لکھیئے۔

(i) x کتابوں کی قیمت کو جب کہ ایک کتاب کی قیمت 18 روپے ہے۔

(ii) $5a$ جمع $9b$ (iii) x تین بار جمع 5

(iv) y کا دوگنا منفی دو تہائی   (v) p سے 6 زیادہ

2۔ الجبری اظہاریوں کو الفاظ میں لکھیئے۔

(i) $x - 2$ (ii) $3y - 4$ (iii) $\frac{x}{3} + 5$ (iv) $s + 2t$ (v) $\frac{(x-y)}{2}$

3۔ نیچے دیئے گئے الجبری اظہاریوں میں کتنی رقمیں ہیں؟

(i) $2a + 5b$ (ii) $16x$ (iii) $2bc + 2a - c$

(iv) $3xy - 8x + 6y - 2$ (v) $6x \div 5y + 2z - 6$

4۔ مندرجہ ذیل قوت نما، عددی سر اور اساس لکھیے۔

(i) $5x^4$ (ii) $-\frac{3}{4}y^5$ (iii) $12(xyz)^{12}$

5۔ مندرجہ ذیل اظہاریوں کے درجے لکھیے۔

(i) $3xy$ (ii) $10x$ (iii) $x^2 - 3x + 2$ (iv) $x^2yz + xy^2z^2 + x^2y^2z^2$

6۔ سادہ اور مرکب اظہاریے الگ الگ کیجیے۔

$3a + b$, 7, $3x - 6y + 4z$, $2x$, $5x - 14$, $4a \div b$, $6x + 4xy + x - y$, xyz

7۔ تین تین (i) ایک رقمی (ii) دو رقمی (iii) سہ رقمی اظہاریے لکھیے۔

8۔ مختصر کیجیے۔

(i) $4xy + 2xy + \frac{2}{3}xy$ (ii) $9ab + 3ab + \frac{3}{5}ab$

تفریق کیجیے۔

9۔ $2x + 7y$ میں سے $x + 3y$

10۔ $2x^2 - 15xy - 9y^2$ میں سے $x^2 - 3xy + 5y^2$

مندرجہ ذیل کو ضرب دیجیے۔

11۔ $3xy$, $2x^2$

12۔ $3yz$, $x^2 - 3x + \frac{3}{4}$

13۔ ایک ہی قوت نما میں لکھیے۔

(i) $\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5}$ (ii) $a \times b \times a \times c$

14۔ مختصر کیجیے۔

(i) $4^4 \times 4^5$ (ii) $5b^2 \div 3b$ (iii) $a^3 b \times ab^2$

(iv) $x^2 \times x^5 \div x^2$ (v) $p^3 \div p^2 \times p^2$ (vi) $p^3 \times p^2 \div p^2$

15۔ کیا $^2(2x)$ اور $2x^2$ برابر ہیں؟

16۔ درست جملوں کی نشاندہی کیجیے۔

(i) $13 - 5 = 3$ (ii) $13 - 5 = 5$ (iii) $13 - 5 = 8$

17۔ درج ذیل جملوں میں متغیر کے لئے وہ عدد بتائیے جو متغیر کی جگہ لکھیں تو جملہ درست ہو جائے۔

(i) $x - 15 = 6$ (ii) $y - 8 = 5$ (iii) $14 = z + 8$

(iv) $4x - 10 = 2$ (v) $12 - 2p = 5$ (vi) $25 - 5t = -10$

18۔ y کو 5- سے ضرب دے کر اس میں سے 2x تفریق کیجئے اور حاصل ہونے والے اظہاریے کو 3 کے برابر رکھیئے۔ اور پھر y کی قیمت معلوم کیجئے۔

19۔ حل کیجئے۔

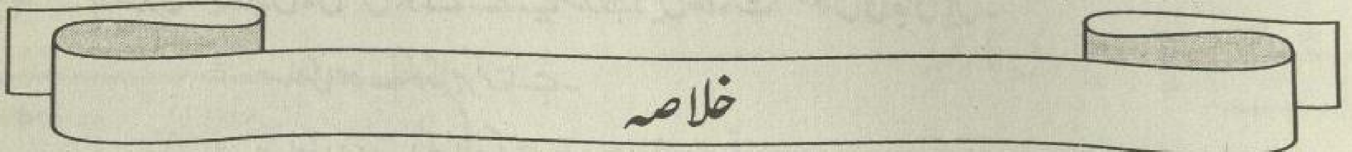
(i) $\frac{x}{3} = 2$ (ii) $\frac{x}{3} = -2$ (iii) $\frac{m}{5} = \frac{1}{5}$

(iv) $-y = \frac{x}{3}$ (v) $3y = \frac{9}{2}$ (vi) $5 = a - 3$

20۔ حل کیجیے اور پڑتال کیجیے۔

(i) $3x - x + 3 = 5x - 1$　(ii) $5(2y - 1) = 10\left(3y + \frac{2}{3}\right)$

21۔ جب سمن کتاب کھولتی ہے تو اس کے سامنے دو صفحے آتے ہیں۔ اگر ان کا مجموعہ **101** ہو تو بتایئے کہ ان دونوں صفحات پر کون کون سے نمبر تھے؟



خلاصہ

- مسلمان ریاضی داں محمد ابن موسیٰ الخوارزمی نے **820**ء میں ''الجبر والمقابلہ'' کے نام سے ایک کتاب لکھی۔ اس کتاب کا سب سے پہلے ترجمہ یورپ میں ''الجبر'' کے نام سے لاطینی زبان میں ہوا۔ یہی کتاب اس مضمون کے نام ''الجبرا'' کی بنیاد ہے ایک الجبری اظہاریہ، رقوم اور عوامل جمع اور تفریق پر مشتمل ہوتا ہے۔ رقوم کے اندر ضرب اور تقسیم کے عوامل بھی ہو سکتے ہیں۔
- الجبری اظہاریہ جو ایک رقم پر مشتمل ہو، سادہ اظہاریہ اور جو دو یا دو سے زیادہ رقوم میں مشتمل ہو مرکب اظہاریہ کہلاتا ہے۔
- متغیر: انگریزی حروف میں سے کوئی ایک حرف جو دیئے ہوئے اعداد میں سے کسی بھی عدد کو ظاہر کرتا ہے۔ متغیر کہلاتا ہے۔
- مستقل: مستقل ایک قدرتی عدد ہوتا ہے۔ مثلاً $y = 10t + 15$ میں **10** اور **15** مستقلات ہیں۔
- جمع کرتے وقت مرکب اظہاریوں کو قطاروں میں اس طرح لکھیں کہ ایک قسم کی رقمیں ایک کالم کے نیچے آ جائیں۔ رقمیں لکھنے کے بعد جمع کا نشان لگا دیں اور رقوم کے نیچے ایک خط کھینچ دیں۔ اس کے بعد بائیں طرف سے شروع کرتے ہوئے ہم قسم رقوم کو الگ الگ جمع کر کے خط کے نیچے لکھ دیں۔
- کسی اظہاریہ کا درجہ اس کے متغیر کے بڑے سے بڑے قوت نما یا اس کے مجموعے سے جانا جاتا ہے۔
- a^n کو a کی n ویں قوت کہتے ہیں۔ یہاں a کو اساس اور n کو قوت نما کہتے ہیں۔
- ایک ہی اساس کی قوت کو ضرب دینے کے لیے ان کے قوت نماؤں کو جمع کیا جاتا ہے اور عددی سروں کو آپس میں ضرب کیا جاتا ہے۔

- ایک ہی جیسے اساس کی قوت کو تقسیم کرنے کے لیے شمار کنندہ کے قوت نما میں سے نسب نما کا قوت نما تفریق کرتے ہیں اور عددی سروں کو عام طریقے سے مختصر کیا جاتا ہے۔
- اعداد اور رقموں کا ایسا گروپ جس میں مکمل مفوم اور کوئی تعلق پایا جائے الجبری جملہ **(Algebric Sentence)** کہلاتا ہے۔
- دو الجبری اظہاریوں میں تعلق ہونے کے لیے مندرجہ ذیل علامات استعمال کی جاتی ہیں۔

  $=$ مساوی ہونے کو ظاہر کرتا ہے۔

  $\neq$ مساوی نہ ہونے کو ظاہر کرتا ہے۔

  $>$ چھوٹا ہونے کو ظاہر کرتا ہے۔

  $\ngtr$ چھوٹا نہ ہونے کو ظاہر کرتا ہے۔

  $<$ بڑا ہونے کو ظاہر کرتا ہے۔

  $\nless$ بڑا نہ ہونے کو ظاہر کرتا ہے۔

- وہ جملہ جس کے دونوں اطراف دی ہوئی شرائط کے مطابق درست تعلق ظاہر کریں درست جملہ کہلاتا ہے۔
- وہ جملہ جس کے دونوں اطراف دی ہوئی شرائط کے مطابق درست تعلق ظاہر نہ کریں غلط جملہ کہلاتا ہے۔
- وہ جملے جو بعض شرائط کے مطابق درست اور بعض شرائط کے مطابق غلط ہوں کھلے جملے کہلاتے ہیں۔
- ایسا جملہ جو الجبری اظہاریوں کے برابر ہونے کو ظاہر کرے۔ مساوات کہلاتا ہے۔
- کسی الجبری مساوات کے حل سے مراد وہ ممکنہ عدد معلوم کرنا ہے جو دی ہوئی مساوات کو درست بنا دے۔
- الجبری مساوات کو درج ذیل اصولوں کے مطابق حل کرتے ہیں۔

  1۔ جمع کا اصول:۔ مساوات کی دونوں اطراف میں ایک ہی عدد جمع کیا جاسکتا ہے۔

  2۔ تفریق کا اصول:۔ مساوات کی دونوں اطراف سے ایک ہی عدد تفریق کیا جاسکتا ہے۔

  3۔ ضرب کا اصول:۔ مساوات کے دونوں اطراف کو ایک ہی غیر صفر عدد سے ضرب دی جاسکتی ہے۔

  4۔ تقسیم کا اصول:۔ مساوات کے دونوں اطراف کو ایک ہی غیر صفر عدد سے تقسیم کیا جاسکتا ہے۔

  5۔ مساوات کی اطراف کو ایک دوسرے سے بدلا جاسکتا ہے۔

یونٹ 7

جیومیٹری

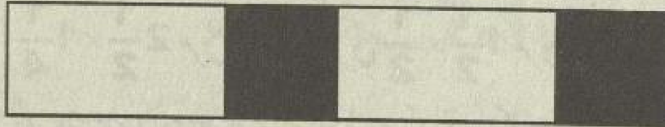
7.1 چاردیواری کا رقبہ

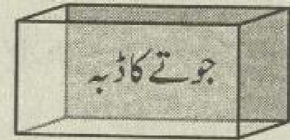
اس یونٹ میں آپ مندرجہ ذیل تصورات کا مطالعہ کریں گے۔

1۔ چاردیواری کا رقبہ
2۔ متوازی الاضلاع اور مثلث کا رقبہ
3۔ مکعب اور مکعب نما کا حجم
4۔ ناصف اور عمودی ناصف
5۔ قطعہ دائرہ
6۔ زاویے بنانا
7۔ زاویے کی تنصیف
8۔ مثلث بنانا

ہم جانتے ہیں کہ ایک کمرے میں چار دیواریں ہوتی ہیں جن میں سے ہر ایک مستطیل شکل کی ہوتی ہے۔ ان چار دیواروں یعنی چار دیواری کا رقبہ معلوم کرنے کا ایک طریقہ تو یہ ہے کہ ہر ایک دیوار کا رقبہ علیحدہ علیحدہ معلوم کر کے ان کو جمع کر لیا جائے۔ تاہم چاردیواری کا رقبہ معلوم کرنے کا ایک فارمولا بھی ہے۔ جس کے استعمال سے چاردیواری کا رقبہ معلوم کرنے کا عمل مختصر ہو جاتا ہے۔ آیئے اب ہم اس فارمولے کو دریافت کرتے ہیں۔

جوتے کے ڈبے کا ڈھکنا اتار دیں اور اس کے پیندے کو کاٹ کر الگ کر دیں۔ اس طرح ڈبہ چاردیواری کا ایک ماڈل بن جائے گا۔ اس ماڈل کو کسی ایک کونے سے عموداً کاٹ کر پھیلانے سے شکل 1 بن جائے گی جو کہ ایک مستطیل ہے۔





شکل 1

جس کا طول چاردیواری کی مجموعی لمبائی یعنی دو دفع لمبائی اور دو دفعہ چوڑائی کے مجموعے کے برابر ہوگی۔ یعنی

مستطیل کا طول = لمبائی + چوڑائی + لمبائی + چوڑائی

= 2(لمبائی + چوڑائی)

مستطیل کا عرض = ڈبے کی اونچائی

مستطیل کا رقبہ = طول × عرض

= 2(لمبائی + چوڑائی) × اونچائی

پس

چاردیواری کا رقبہ = 2(لمبائی + چوڑائی) × اونچائی

اگر لمبائی کو l، اور چوڑائی کو b اور اونچائی کو h سے ظاہر کریں تو

چار دیواری کا رقبہ $= 2(l+b)\times h$

$= 2\times h\times(l+b)$

سرگرمی: مختلف سائز کے ڈبے لے کر ان کی چار دیواری کے رقبے معلوم کیجیے اور دیکھیے کہ اوپر دیئے گئے فارمولے کا اطلاق سب کے لیے یکساں ہے۔

مثال 1: ایک کمرہ 8.5 میٹر لمبا، 6.5 میٹر چوڑا اور 5 میٹر اونچا ہے۔ اس کی چار دیواری کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل:

کمرے کی لمبائی = 8.5 میٹر

کمرے کی چوڑائی = 6.5 میٹر

کمرے کی اونچائی = 5 میٹر

چار دیواری کا رقبہ = 2 (لمبائی + چوڑائی) × اونچائی

$= 2(8.5+6.5)\times 5$

$= 2(15)\times 5$

$= 150$

مثال 2: ایک کمرے کی لمبائی 6 میٹر، چوڑائی 5 میٹر اور اونچائی 4 میٹر ہے۔ اس میں دو دروازوں میں سے ہر ایک $1\frac{1}{4}\times 2\frac{1}{2}$ مربع میٹر اور کھڑکی $\frac{1}{2}\times 1\frac{1}{2}$ مربع میٹر ہے۔ اس کی دیواروں پر 81 سم عرض کا کتنا کاغذ لگے گا؟ اگر کاغذ کا بھاؤ 4.50 فی میٹر ہو تو اس کی قیمت بھی معلوم کیجیے۔

حل:

کمرے کی لمبائی = 6 میٹر

کمرے کی چوڑائی = 5 میٹر

کمرے کی اونچائی = 4 میٹر

چار دیواری کا رقبہ = 2 (لمبائی + چوڑائی) × اونچائی

$= 2(6+5)\times 4$

کاغذ لگنے والے علاقے کا رقبہ $= 88 - 7 = 81$ مربع میٹر

کاغذ کا عرض = 81 سم $= \frac{81}{100}$ مربع میٹر

کاغذ کی لمبائی $= 81 \div \frac{81}{100}$

$= 81\times\frac{100}{81}$

$= 100$ میٹر

$= 2(11) \times 4$

مربع میٹر $88 =$

دو دروازوں کا رقبہ $= 2 \times \left(2\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{4}\right)$

$= 2 \times \frac{5}{2} \times \frac{5}{4}$

مربع میٹر $= \frac{25}{4}$

کھڑکی کا رقبہ $= 1\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{3}{2} \times \frac{1}{2}$

مربع میٹر $= \frac{3}{4}$

دروازوں اور کھڑکی کا کل رقبہ $= \frac{25}{4} + \frac{3}{4}$

مربع میٹر $= \frac{28}{4} = 7$

ایک میٹر کاغذ کی قیمت = 4.50 روپے

100 میٹر کاغذ کی قیمت = 100 × 4.50

= 450 روپے

پس 100 میٹر کاغذ کی قیمت 450 روپے ہے۔

مشق 7.1

1۔ مندرجہ ذیل لمبائیوں، چوڑائیوں اور اونچائیوں کے کمروں کی چار دیواروں کا رقبہ زبانی معلوم کر کے ٹیبل میں خالی جگہ پُر کیجیے۔

چار دیواری کا رقبہ	اونچائی	چوڑائی	لمبائی	کمرہ نمبر
	3 میٹر	4 میٹر	6 میٹر	1
	4 میٹر	7 میٹر	8 میٹر	2
	3.5 میٹر	5 میٹر	10 میٹر	3

2۔ ایک چبوترہ 6.4 میٹر لمبا، 3.6 میٹر چوڑا اور 1.5 میٹر اونچا ہے۔ اس چبوترے کو بنانے والی پہلوؤں کی دیواروں کا رقبہ معلوم کیجیے۔

3۔ کھلے منہ کے گتے کا ایک ڈبہ 0.7 میٹر لمبا، 0.5 میٹر چوڑا اور 0.4 میٹر اونچا ہے۔ اس کو بنانے کے لیے کتنے مربع میٹر گتے کی ضرورت ہوگی؟

4۔ ایک کمرے کی لمبائی 7.5 میٹر، چوڑائی 5.5 میٹر اور اونچائی 3.5 میٹر ہے۔ اس میں 20 مربع میٹر علاقہ دروازوں، کھڑکیوں اور روشندانوں نے گھیر رکھا ہے۔ اس کی دیواروں پر ڈسٹمپر کرانے کا خرچ بحساب 30 روپے فی مربع میٹر دریافت کیجیے۔

5۔ ایک تالاب 50 میٹر لمبا، 25 میٹر چوڑا اور 4 میٹر گہرا ہے۔ اس کی دیواروں اور فرش پر پلاسٹر کروانے کا خرچ بحساب 25 روپے فی مربع میٹر دریافت کیجیے۔

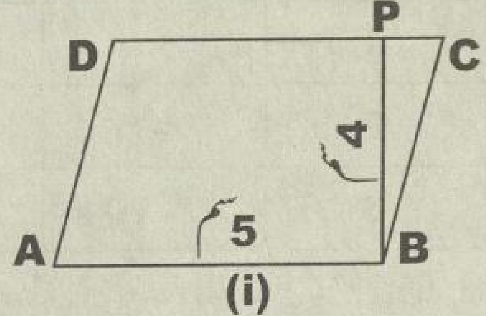
6۔ ایک کمرے کی لمبائی 8 میٹر، چوڑائی 6 میٹر اور اونچائی 4 میٹر ہے۔ اس میں ایک دروازہ $1\frac{1}{2}$ میٹر × $2\frac{1}{2}$ میٹر اور 2 کھڑکیوں میں سے ہر ایک $\frac{1}{2}$ میٹر × $1\frac{1}{4}$ میٹر اور 8 روشندانوں میں سے ہر ایک 0.3 میٹر × 0.5 میٹر ہیں۔ اس کی دیواروں پر سفیدی کرانے کا خرچ بحساب 5 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے۔

7۔ ایک ہال کی لمبائی 25 میٹر، چوڑائی 15 میٹر اور اونچائی 6 میٹر ہے۔ اس ہال میں 4 دروازوں میں سے ہر ایک $1\frac{1}{2}$ میٹر × $2\frac{1}{3}$، 8 کھڑکیوں میں سے ہر ایک 1 میٹر × $1\frac{1}{2}$ میٹر اور 8 روشندانوں میں سے ہر ایک 0.3 میٹر × 0.5 میٹر ہیں۔ اس کی دیواروں پر پلاسٹر کرانے کا خرچ بحساب 20 روپے فی مربع میٹر کیا ہوگا؟

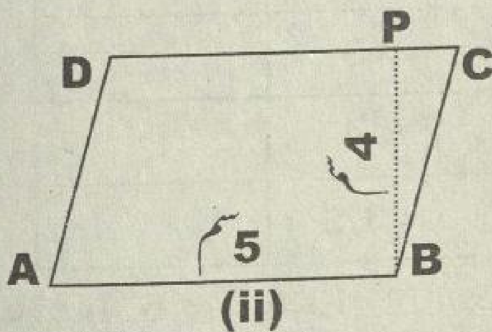
8۔ ایک ہال 25 میٹر لمبا، 10 میٹر چوڑا اور 4 میٹر اونچا ہے۔ اس کی دیواروں پر وال پیپر لگوانے کا خرچ معلوم کیجیے۔ جبکہ وال پیپر کا بھاؤ 12.50 روپے فی میٹر ہے۔ اور اس کا عرض 1.25 میٹر ہے۔

7.2 متوازی الاضلاع کا رقبہ

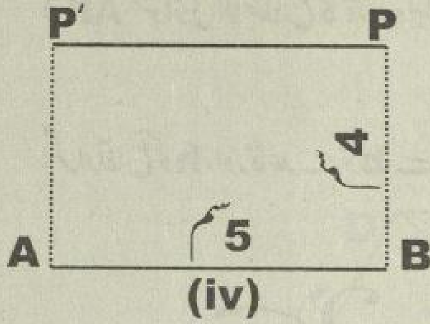
متوازی الاضلاعی علاقہ ABCD. کی نیچے دی ہوئی شکلوں پر غور کیجیے۔

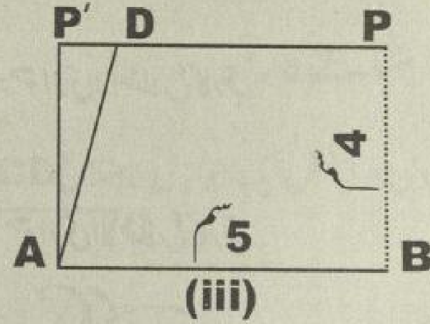


(i)



(ii)





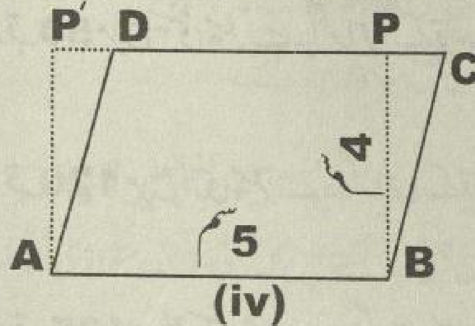
شکل(i) میں قاعدہ $\overline{AB}$ پر $\overline{BP}$ عمود کھینچا گیا۔

شکل(ii) میں مثلثی علاقے PBC کو کاٹ کر الگ کیا گیا۔

شکل(iii) میں اسی مثلثی علاقے کو AD کے ساتھ رکھا گیا ہے اور اس طرح مستطیلی علاقہ، ABPP' حاصل ہوا جو شکل(iv) میں دکھایا گیا ہے۔

اس عمل سے یہ واضح ہوتا ہے کہ متوازی الاضلاعی علاقہ مستطیلی علاقے میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔

چونکہ ہم مستطیل کا رقبہ معلوم کرنا پہلے سے جانتے ہیں اس لیے متوازی الاضلاع کا رقبہ بآسانی معلوم کر سکتے ہیں۔



چوڑائی × لمبائی = مستطیلی علاقے کا رقبہ

$= m\overline{AB} \times m\overline{BP}$

لہٰذا اگر قطعہ خط BP کی مقدار معلوم ہو تو متوازی الاضلاعی علاقہ ABCD کا رقبہ معلوم کیا جاسکتا ہے۔ قطعہ BP کو متوازی الاضلاع کا ارتفاع (Altitude) کہا جاتا ہے۔

پس مذکورہ بالا شکل میں

ارتفاع × قاعدہ = متوازی الاضلاعی علاقہ ABCD کا رقبہ

$= 5 \times 4$

= 20 مربع سینٹی میٹر

($\overline{AB}$ متوازی الاضلاع کا قاعدہ کہلاتا ہے)

پس	ارتفاع × قاعدہ = متوازی الاضلاع کا رقبہ

اگر ارتفاع کو h، اور قاعدے کو b سے ظاہر کریں تو

$b \times h$ = متوازی الاضلاع کا رقبہ

مشق 7.2

1۔ ایک متوازی الاضلاع علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے۔ جس کا قاعدہ 40 سینٹی میٹر اور ارتفاع 3 سینٹی میٹر ہے۔

2۔ مندرجہ ذیل دی ہوئی مقداروں سے متوازی الاضلاع علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(i) قاعدہ = 4.5 سینٹی میٹر، ارتفاع = 3.5 سینٹی میٹر

(ii) قاعدہ = 39 ملی میٹر، ارتفاع = 20 ملی میٹر

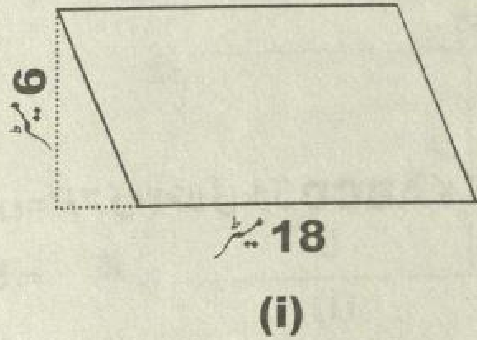
(iii) قاعدہ = 25 میٹر، ارتفاع = 18 میٹر

3۔ ایک متوازی الاضلاع علاقے کا رقبہ 50 مربع سینٹی میٹر ہے۔ اگر اس کے قاعدہ کی لمبائی 10 سینٹی میٹر ہو تو ارتفاع معلوم کیجیے۔

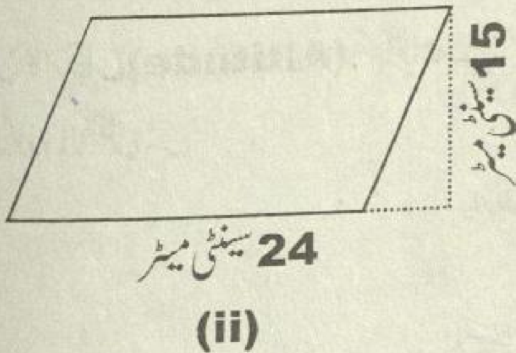
4۔ ایک متوازی الاضلاع علاقے کا رقبہ 120 مربع سینٹی میٹر ہے۔ اگر اس کے قاعدہ کی لمبائی 8 سینٹی میٹر ہو تو ارتفاع معلوم کیجیے۔

5۔ کسی متوازی الاضلاع علاقے کا رقبہ 135 مربع سینٹی میٹر ہے۔ اگر اس کا ارتفاع 9 سینٹی میٹر لمبا ہو تو قاعدے کی لمبائی بتائیے۔

6۔ دیے ہوئے علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے۔



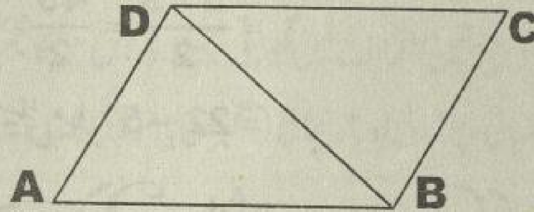
(i)



(ii)

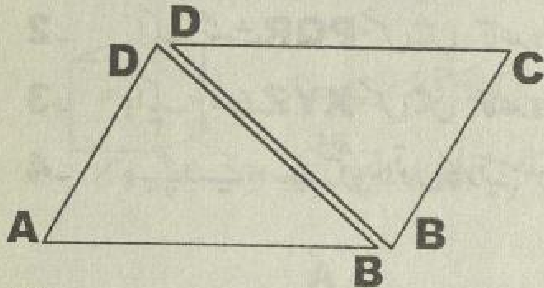
7.3 مثلث کا رقبہ

نیچے دی ہوئی شکل ایک متوازی الاضلاع ABCD ہے۔



$\overline{BD}$ متوازی الاضلاع کا ایک وتر ہے۔

متوازی الاضلاع ABCD کو $\overline{BD}$ کے ساتھ ساتھ کاٹ کر دو مثلثوں BAD اور DCB میں تقسیم کیا۔ اب مثلث DCB کو مثلث BAD پر اس طرح رکھیے کہ:



(i) نقطہ C نقطہ A پر آئے۔

(ii) ضلع $\overline{CD}$ اپنے متماثل ضلع $\overline{AB}$ پر آئے۔

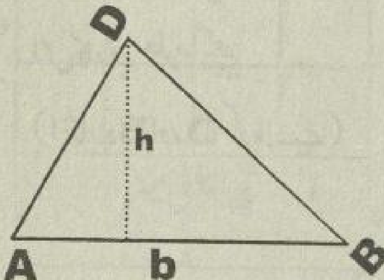
(iii) ضلع $\overline{BC}$ اپنے متماثل ضلع $\overline{AC}$ پر آئے۔

ہم دیکھتے ہیں کہ دونوں مثلثیں ایک دوسرے پر منطبق ہو جاتی ہیں یعنی ایک متوازی الاضلاعی علاقے کا رقبہ دو مساوی مثلثی علاقوں کے رقبوں کے برابر ہے۔ اس کو یوں بھی کہہ سکتے ہیں کہ مثلثی علاقہ، متوازی الاضلاعی علاقے کے رقبے کا آدھا ہوتا ہے۔ اب چونکہ

ارتفاع × قاعدہ = متوازی الاضلاعی علاقے کا رقبہ

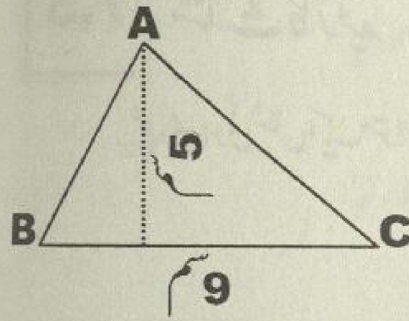
$$\text{مثلثی علاقے کا رقبہ} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ}}{2}$$

اگر قاعدے کو b اور ارتفاع کو h سے ظاہر کریں تو اسے یوں لکھا جاتا ہے۔



$$\text{مثلثی علاقے کا رقبہ} = \frac{b \times h}{2}$$

مثال 1: مثلثی علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے، جبکہ قاعدے کی لمبائی **9** سینٹی میٹر اور ارتفاع **5** سینٹی میٹر ہو۔



حل:

$$\text{مثلث ABC کا رقبہ} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ}}{2}$$

$$= \frac{5 \times 9}{2} = \frac{45}{2}$$

$= 22 - 5$ مربع سینٹی میٹر

مشق 7.3

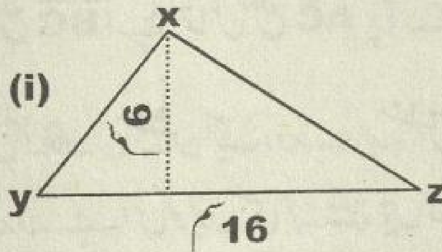
مندرجہ ذیل کا رقبہ معلوم کیجیے۔

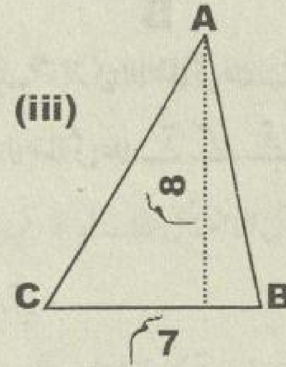
1۔ ایک مثلث **ABC** جس میں قاعدہ**=4** سینٹی میٹر اور ارتفاع**=7** سینٹی میٹر

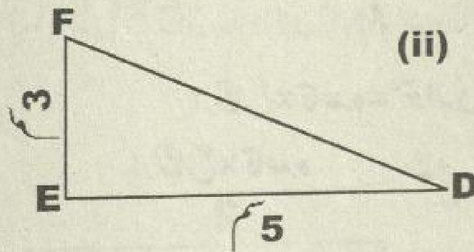
2۔ ایک مثلث **PQR** جس میں قاعدہ**=40** سینٹی میٹر اور ارتفاع**=16** ملی میٹر

3۔ ایک مثلث **XYZ** جس میں قاعدہ**=8** میٹر اور ارتفاع**=6** میٹر

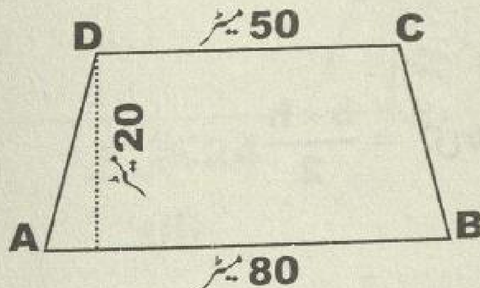
4۔ نیچے دیئے ہوئے مثلثی علاقوں کا رقبہ معلوم کیجیے۔







5۔ کسان افضل کا ایک کھیت سامنے دی ہوئی شکل کا ہے۔
اس کا رقبہ معلوم کیجیے۔
(اشارہ **B** اور **D** کو ملائیے)



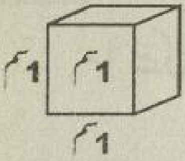
7.4 مکعب اور مکعب نما کا حجم

آپ پانچویں جماعت میں مکعب اور مکعب نما کے بارے میں کچھ واقفیت حاصل کر چکے ہیں۔ یہ چیزیں تین اطراف (بعد) میں جگہ گھیرتی ہیں۔ جتنی جگہ (مکان) کوئی چیز تین اطراف میں گھیرتی ہے۔ وہ اس چیز کا حجم کہلاتی ہے۔

تین اطراف یا بعد کسی چیز کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی (گہرائی یا موٹائی) ہیں۔

7.4.1 حجم کی اکائی

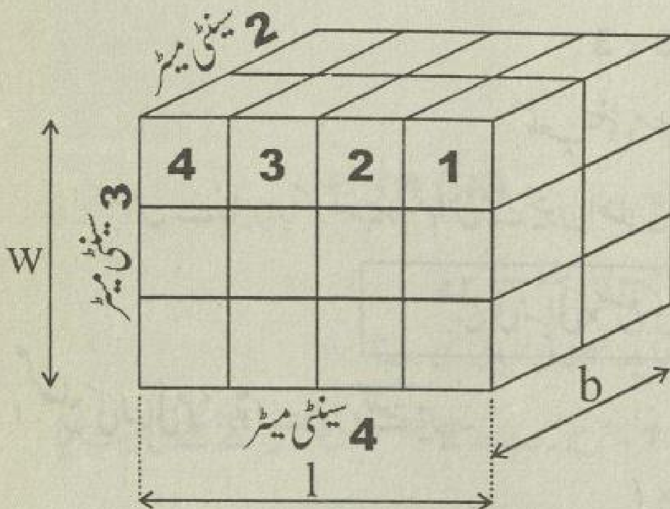
جس طرح رقبے کی اکائی مربع سینٹی میٹر، مربع میٹر یا مربع کلومیٹر وغیرہ ہے۔ اسی طرح حجم کی اکائی مکعب سینٹی میٹر، مکعب میٹر یا مکعب کلومیٹر وغیرہ ہے



سامنے ایک مکعب دکھایا گیا ہے۔ جس کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی ایک ایک سینٹی میٹر ہے۔ اس لیے اس کا حجم ایک مکعب سینٹی میٹر ہے، اسی طرح کوئی مکعب ایسا ہو جس کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی ایک ایک میٹر ہو تو اس کا حجم ایک مکعب میٹر ہوگا وغیرہ۔

7.4.2 مکعب نما کا حجم

ذیل میں ایک مکعب نما شکل دکھائی گئی ہے جس کا طول، عرض اور اونچائی بالترتیب 4، 2 اور 3 سینٹی میٹر ہے۔



اس مکعب نما کو ایک ایک مکعب سینٹی میٹر کے چھوٹے مکعبوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔

مکعب نما کی کتنی تہیں ہیں؟　3

ہر تہہ میں کتنے مکعب ہیں؟　4×2

مکعب نما میں کل کتنے مکعب ہیں؟　$24 = 3 \times (4 \times 2)$

پس اس مکعب نما کا حجم 24 مکعب سینٹی میٹر ہے۔

آپ یہی طول، عرض اور اونچائی کی مقداروں کو ضرب دینے سے بھی حاصل کر سکتے ہیں۔

پس طول × عرض × اونچائی = مکعب نما کا حجم

$= h \times b \times l$

مثال 1: ایک پانی کا حوض **10** میٹر لمبا، **7** میٹر چوڑا اور **3** میٹر گہرا ہے۔ حوض کا حجم معلوم کیجیے۔

حل: طول × عرض × اونچائی (گہرائی) = مکعب نما کا حجم

$= 3 \times 7 \times 10$

= 210 مکعب میٹر

7.4.3 مکعب کا حجم

سامنے کی شکل میں ایک مکعب دکھایا گیا ہے۔ جس کے ہر ضلعے کی لمبائی **3** سینٹی میٹر ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ

لمبائی × چوڑائی × گہرائی = مکعب نما کا حجم

اور مکعب کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی (گہرائی) برابر ہوتی ہے۔

اس لیے

ضلع کی لمبائی × ضلع کی لمبائی × ضلع کی لمبائی = مکعب کا حجم

لہٰذا شکل میں دیئے گئے مکعب کا حجم ہوگا:

$3 \times 3 \times 3$ = مکعب کا حجم

= 27 مکعب سینٹی میٹر

اس سے ظاہر ہوا کہ مکعب کا حجم اس کے تینوں اضلاع کی لمبائیوں کے حاصل ضرب کے برابر ہے۔

ضلع کی لمبائی × ضلع کی لمبائی × ضلع کی لمبائی = مکعب کا حجم

اگر ضلع کی لمبائی 'l' ہو تو اسے یوں لکھتے ہیں۔

$l \times l \times l$ = مکعب کا حجم

مثال 2: ایک مکعب کے ایک ضلعے کی پیمائش 10 سینٹی میٹر ہے۔ اس کا حجم کیا ہوگا؟

حل:
ضلع × ضلع × ضلع = مکعب کا حجم

چونکہ ایک ضلع کی پیمائش 10 سینٹی میٹر ہے۔

اس لیے　$10 \times 10 \times 10$ = حجم

= 1000 مکعب سینٹی میٹر

مشق 7.4

1۔ درج ذیل مکعب نماؤں کے حجم دریافت کیجیے، جبکہ

(i) لمبائی = 12 سینٹی میٹر، چوڑائی = 5 سینٹی میٹر اور اونچائی = 4 سینٹی میٹر

(ii) لمبائی = 50 میٹر، چوڑائی = 30 میٹر اور اونچائی = 10 میٹر

(iii) طول = 8 ملی میٹر، عرض = 7 ملی میٹر اور اونچائی = 8 ملی میٹر

(iv) لمبائی = 40 سینٹی میٹر، چوڑائی = 20 سینٹی میٹر اور اونچائی = 10 سینٹی میٹر

2۔ ایک ڈبے کا حجم معلوم کیجیے، جس کی لمبائی 9 سینٹی میٹر، چوڑائی 6 سینٹی میٹر اور اونچائی 4 سینٹی میٹر ہے۔

3۔ ایک کمرے کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب 11 میٹر، 7 میٹر اور 4 میٹر ہے۔ کمرے کا حجم دریافت کیجیے۔

4۔ ایک تالاب 10 میٹر لمبا، 7 میٹر چوڑا اور 3 میٹر گہرا ہے۔ بتائیے اس میں کتنے مکعب میٹر پانی آسکتا ہے۔

5۔ مکعب کا ایک کنارہ 7 سینٹی میٹر لمبا ہے۔ اس کا حجم معلوم کیجیے۔

6۔ اگر مکعب کے ضلعے کی پیمائش درج ذیل ہو تو حجم معلوم کیجیے۔

(i) 3 سینٹی میٹر　(ii) 9 میٹر　(iii) 8 ملی میٹر

7۔ ایک لڑکے نے 1 سینٹی میٹر ضلعے والے 8 مکعبوں سے ایک بڑا مکعب بنایا، بتائیے کہ

(i) بڑے مکعب کا حجم کیا ہے؟　(ii) بڑے مکعب کے ایک ضلعے کی لمبائی کتنی ہے؟

8۔ اگر ایک مکعب لکڑی کی قیمت 100 روپے ہو تو 4 میٹر لمبے، 1.5 میٹر چوڑے اور 2 میٹر موٹے لکڑی کے گٹھے کی قیمت کیا ہوگی؟

7.5 ناصف اور عمودی ناصف

سامنے دی ہوئی تصویر میں قطعہ خط $\overline{CD}$ اور نقطہ E پر قطعہ خط $\overline{AB}$ کو تنصیف (یعنی دو برابر حصوں میں تقسیم) کرتا ہے۔

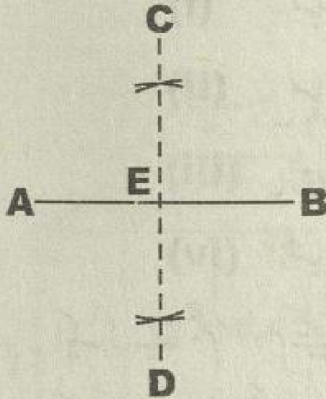
کیونکہ $m\overline{AE} = m\overline{EB}$

اس لئے $\overline{CD}$ قطعہ خط $\overline{AB}$ کا ناصف ہے۔

پس ناصف **(Bisector)** اس قطعہ خط یا نقطہ کو کہتے ہیں جو کسی قطعہ خط کو دو برابر حصوں میں تقسیم کردے۔

سرگرمی: دی گئی شکل میں زاویہ AEC اور زاویہ BEC کی پیمائش کیجیے۔

دیئے ہوئے زاویوں کی پیمائش کرنے کے بعد مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے۔



(i) زاویہ AEC کی مقدار کتنی ہے؟

(ii) زاویہ BEC کی مقدار کتنی ہے؟

(iii) کیا دونوں زاویئے مقدار میں برابر ہیں؟

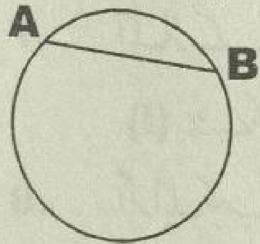
(iv) کیا $\overline{AB}$, $\overline{CE}$ پر عمود ہے؟

(v) کیا $\overline{CD}$ قطعہ خط $\overline{AB}$ کے ساتھ قائمہ زاویہ بناتا ہے؟

دراصل قطعہ خط $\overline{CD}$ قطعہ خط $\overline{AB}$ کی تنصیف کرنے کے ساتھ ساتھ زاویہ قائمہ بھی بنا رہا ہے۔ اس لیے اس ناصف کو عمودی ناصف **(Right Bisector)** بھی کہتے ہیں۔

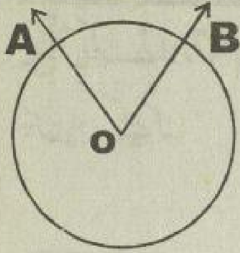
7.6 قطعہ دائرہ

پچھلی جماعتوں میں آپ دائرے کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ آیئے دائرے کے متعلق کچھ اصطلاحات سیکھتے ہیں۔

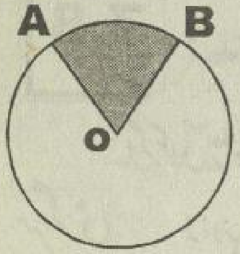


وتر: ایک دائرے کے کسی دو نقاط کو ملانے والے قطعہ خط کو وتر **(Chord)** کہتے ہیں۔ سامنے شکل میں قطعہ خط $\overline{AB}$ دائرے کا ایک وتر ہے۔

قوس: دائرے کے محیط کے کسی بھی حصے کے خط منحنی کو قوس کہتے ہیں۔ سامنے شکل میں خط منحنی $\overset{\frown}{AB}$ دائرے کا ایک قوس ہے۔ قوس AB کو علامتی طور پر $\overset{\frown}{AB}$ لکھتے ہیں۔

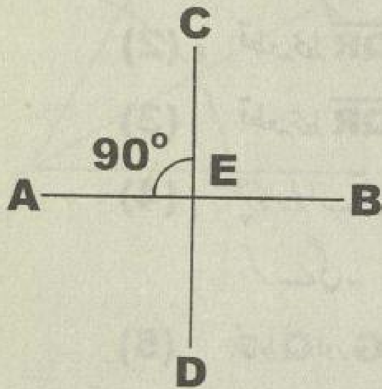


قوس کا مرکزی زاویہ: کسی قوس کا مرکزی زاویہ **(Central Angle)** ایک ایسا زاویہ ہوتا ہے۔ جس کا راس **(Vertex)** متعلقہ دائرے کے مرکز پر ہو اور جس کے بازو قوس کے سروں میں سے گزرتے ہوں سامنے والی شکل میں **AOB**∠ قوس **AB** کا مرکزی زاویہ ہے۔ جبکہ قطعہ خط $\overline{OA}$ اور $\overline{OB}$ دائرے کے دو رداسی قطعات **(Radial Segments)** ہیں۔



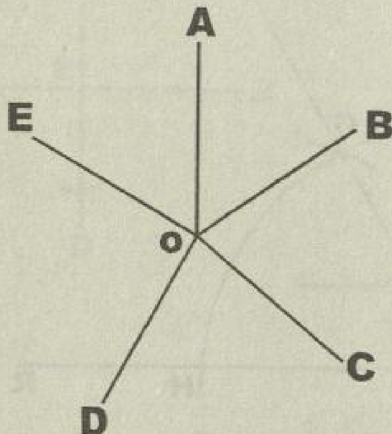
قطعہ دائرہ: دائرے کے دو رداسی قطعات کے درمیان حصے کو قطعہ دائرہ **(Sector)** کہتے ہیں۔ سامنے والی شکل میں سایہ دار حصہ قطعہ دائرہ ہے۔

7.7 ایک نقطہ پر بننے والے تمام زاویوں کا مجموعہ



دی گئی شکل (جس میں قطعہ خط $\overline{AB}$ پر ایک عمودی ناصف $\overline{CD}$ بنایا گیا ہے) پر غور کیا جائے تو نقطہ **E** پر چار قائمہ زاویے بنتے ہیں۔ ان چاروں زاویوں کی پیمائش کا مجموعہ $(4 \times 90°)$ یعنی $360°$ ہے۔

سرگرمی: اپنی کاپی پر کوئی ایک نقطہ 'o' لیجیے اور پیمائش کے بغیر اس پر چند زاویے بنائیے۔ پھر ان زاویوں کی پروٹریکٹر کی مدد سے پیمائش کیجیے۔ اور ان کا مجموعہ معلوم کیجیے۔



اس سرگرمی کو تین بار مختلف شکلیں بنا کر دہرائیے اور ہر بار تمام زاویوں کا مجموعہ معلوم کیجیے۔

پیائش کرنے اور تمام زاویوں کا مجموعہ معلوم کرنے کے بعد آپ اس نتیجے پر پہنچیں ہوں گے کہ ہر مرتبہ زاویوں کا مجموعہ °360 ہے۔
پس یاد رکھیے کہ:

ایک نقطہ پر بننے والے تمام زاویوں کی پیائش کا مجموعہ °360 ہوتا ہے۔

7.8 دیئے ہوئے زاویے کے مماثل زاویہ بنانا

اگر کوئی زاویہ **LMN** دیا گیا ہو تو آپ اس کے برابر کسی اور قطعہ $\overline{QR}$ پر بآسانی پرکار کی مدد سے زاویہ بنا سکتے ہیں۔

سرگرمی: زاویہ **LMN** کے برابر زاویہ **PQR** بنائیے۔

(1) نقطہ **M** کو مرکز مان کر مناسب رداس کی ایک قوس لگائیں جو زاویہ **LMN** کے بازوؤں $\overline{MN}$ اور $\overline{ML}$ کو **X** اور **Y** پر قطع کرے۔

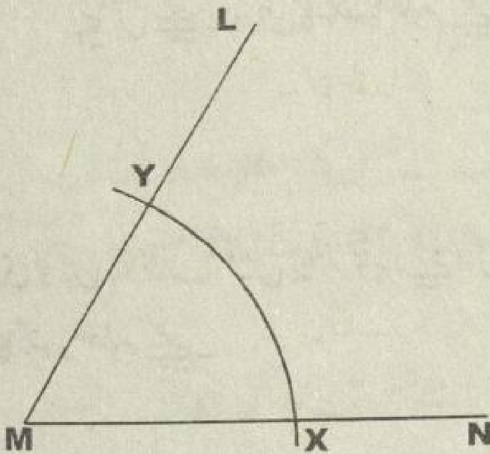
(2) قطعہ خط $\overline{QR}$ مناسب پیائش کی کھینچیے۔

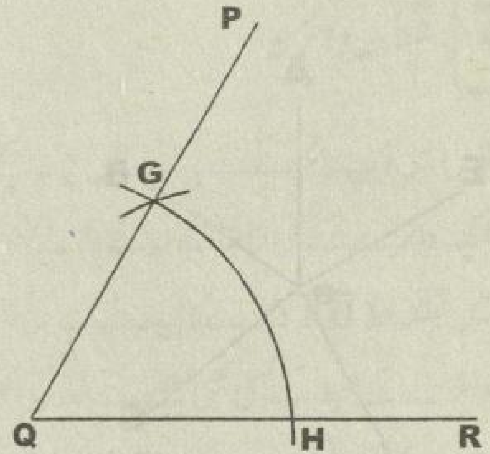
(3) قطعہ خط $\overline{QR}$ کے نقطہ **Q** کو مرکز مان کر مناسب رداس کی قوس لگائیں جو $\overline{QR}$ کو نقطہ **H** پر قطع کرے۔

(4) پرکار کو اب قوس **YX** کے برابر کھول لیں اور نقطہ **H** کو مرکز مان کر قوس لگائیں۔ جو پہلی قوس کو نقطہ **G** پر قطع کرے گی۔

(5) نقاط **Q** اور **G** کو ملا کر **P** تک بڑھائیں۔

اس طرح زاویہ **PQR** مطلوبہ زاویہ ہے۔
یعنی $m\angle PQR = m\angle LMN$





7.9 دیئے ہوئے زاویے کی تنصیف کرنا

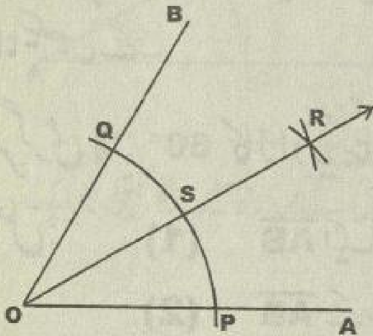
مثال 1: دیئے ہوئے زاویہ **AOB** کا ناصف کھینچیے۔

عمل: **(1)** کسی بھی پیمائش کے برابر اپنی کاپی پر زاویہ **AOB** بنائیں۔

(2) **O** کو مرکز مان کر مناسب رداس کی ایک قوس کھینچیں جو $\overline{OA}$ اور $\overline{OB}$ کو نقاط **P** اور **Q** پر قطع کرے۔

(3) اب **P** اور **Q** کو مراکز مان کر یکساں رداس کی دو قوسیں لگائیں جو ایک دوسرے کو نقطہ **R** پر قطع کریں۔

(4) نقاط **R** اور **O** کو ملائیں۔



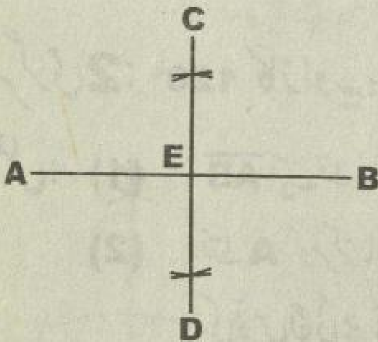
زاویہ **ROA** اور زاویہ **ROB** کی پیمائش کریں۔ یہ مقدار میں برابر ہوں گے۔

قطعہ خط **OR** قوس **QP** کو نقطہ **S** پر قطع کرتا ہے۔ قطعات خط **SP** اور **QS** کی پیمائش کریں۔ یہ آپس میں برابر ہوں گے۔ قوس **SP** اور قوس **QS** بھی باہم برابر ہوں گی۔ یہ قوسیں آپ دھاگے یا کسی ایک باریک تار کی مدد سے ناپ سکتے ہیں۔

خط **OR**، زاویہ **AOB** کی تنصیف کرتا ہے۔

اس لیے خط **OR** زاویہ **AOB** کا ناصف ہے۔

7.10 قطعہ خط کا عمودی ناصف کھینچنا



آیئے اب ہم دیئے ہوئے قطعہ خط کا عمودی ناصف کھینچنا سیکھتے ہیں:

سرگرمی: قطعہ خط $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف $\overline{CD}$ کھینچیے۔ جبکہ

$m\overline{AB} = 5$ سم

عمل: **(i)** قطعہ خط $\overline{AB}$، 5 سم لمبا کھینچیے۔

(ii) پرکار میں پنسل لگانے کے بعد پرکار کو اندازاً $\overline{AB}$ کے نصف سے کچھ زائد کھولیے۔

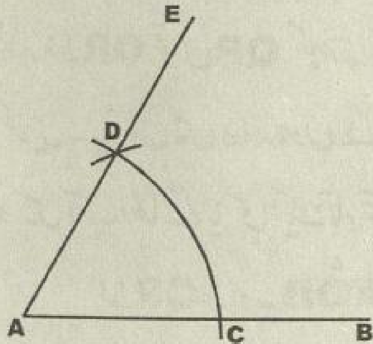
(iii) نقطہ **A** کو مرکز مان کر $\overline{AB}$ کے اوپر اور نیچے ایک ایک قوس لگایئے۔

(iv) اسی طرح نقطہ B کو مرکز مان کر اسی رداس سے $\overline{AB}$ کے اوپر اور نیچے ایک ایک قوس لگائیے۔ جو کہ پہلی قوسوں کو بالترتیب C اور D پر قطع کرتی ہیں۔

(v) اسکیل کی مدد سے نقاط C اور D کو ملائیے۔ جو کہ $\overline{AB}$ کو نقطہ E پر قطع کرتا ہے۔
پس نقطہ E قطعہ خط $\overline{AB}$ کی تنصیف کرتا ہے۔ یعنی $m\overline{AE} = m\overline{EB}$
اور قطعہ خط $\overline{CD}$ قطعہ خط $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف ہے۔

7.11 پرکار اور پیمانے کے ذریعے زاویے بنانا

پروٹریکٹر کے ذریعے زاویے بنانے کا طریقہ ہم سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم چند زاویے پرکار اور مسطر (Scale) کے ذریعے بنانا سیکھیں گے۔



سرگرمی 1: 60° کا زاویہ بنائیے۔

عمل:

(1) $\overline{AB}$ ایک قطعہ خط کھینچا۔

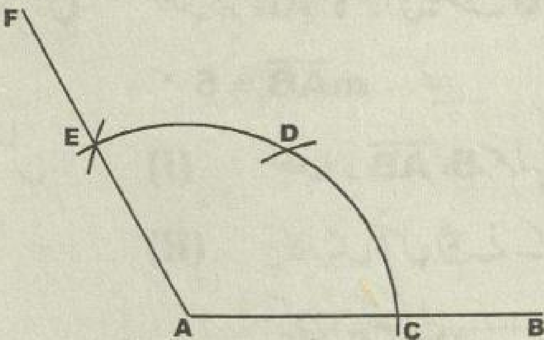
(2) $\overline{AB}$ کے سرے، نقطہ A کو مرکز مان کر ایک قوس کھینچیں جو $\overline{AB}$ کو نقطہ C پر قطع کرے۔

(3) اب نقطہ C کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک اور قوس لگائیں جو پہلی قوس کو نقطہ D پر قطع کرے۔

(4) نقاط A اور D کو ملائیں اور نقطہ E تک بڑھائیں۔

(5) BAE مطلوبہ زاویہ ہے یعنی $m\angle BAE = 60^\circ$

سرگرمی 2: 120° کا زاویہ بنائیے۔



عمل:

(1) $\overline{AB}$ ایک قطعہ خط کھینچا۔

(2) نقطہ A کو مرکز مان کر پرکار کی مدد سے ایک مناسب رداس کی قوس لگائی جو $\overline{AB}$ کو نقطہ C پر قطع کرتی ہے۔

(3) اب نقطہ C کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک قوس لگائی جو پہلی قوس کو نقطہ D پر قطع کرے۔

(4) اب **D** کو مرکز مان کر پھر دوبارہ اسی رداس کی ایک اور قوس لگائی جو پہلی قوس کو نقطہ **E** پر قطع کرتی ہے۔

(5) نقاط **A** اور **E** کو ملا کر **F** تک قطعہ خط کھینچا۔

زاویہ **BAF** مطلوبہ زاویہ ہے یعنی

$$m\angle BAF = 120^\circ$$

سرگرمی 3: °30 کا زاویہ بنائیے۔

عمل: (1) **AB** ایک قطعہ خط کھینچا۔

(2) نقطہ **A** کو مرکز مان کر پرکار کی مدد سے ایک مناسب رداس کی قوس لگائی جو $\overline{AB}$ کو نقطہ **C** پر قطع کرتی ہے۔

(3) اب نقطہ **C** کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک قوس لگائی جو پہلی قوس کو نقطہ **D** پ قطع کرے۔

(4) اب **C** اور **D** کو باری باری مرکز مان کر اسی رداس کی یا کوئی اور مناسب رداس لے کر دو قوسیں لگائیں جو ایک دوسرے کو نقطہ **E** پر قطع کرتی ہے۔

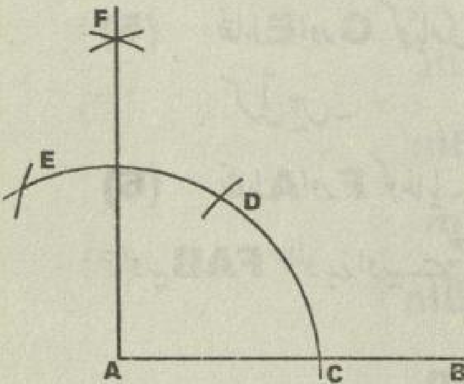
(5) نقطہ **A** سے شعاع $\overrightarrow{AE}$ کھینچی۔

زاویہ **EAB** مطلوبہ زاویہ ہے یعنی

$$m\angle EAB = 30^\circ$$

نوٹ: اگر ہم شعاع **AD** کھینچتے تو ہم °60 کا زاویہ بناتے۔ اس لیے ہم نے اس زاویے کی تنصیف کی ہے اور اس طرح $m\angle EAB = 30^\circ$ بنایا ہے۔ زاویے کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرنا آپ پہلے ہی سیکھ چکے ہیں۔

سرگرمی 4: °90 کا زاویہ بنائیے۔



عمل: (1) $\overline{AB}$ ایک قطعہ خط کھینچا۔

(2) نقطہ **A** کو مرکز مان کر کسی مناسب رداس سے قوس لگائی جو $\overline{AB}$ کو نقطہ **C** پر قطع کرتی ہے۔

(3) اب نقطہ **C** کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک قوس لگائی جو پہلی قوس کو نقطہ **D** پر قطع کرے۔

(4) اب **D** کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک اور قوس لگائی جو پہلی قوس کو نقطہ **E** پر قطع کرتی ہے۔

(5) نقاط **E** اور **D** کو باری باری مرکز مان کر اسی رداس یا کسی مناسب رداس کی دو قوسیں لگائیں جو ایک دوسرے کو نقطہ **F** پر قطع کرتی ہیں۔

(6) نقاط **A** اور **F** کو ملایا۔

زاویہ **FAB** مطلوبہ زاویہ ہے یعنی

$$m\angle FAB = 90^\circ$$

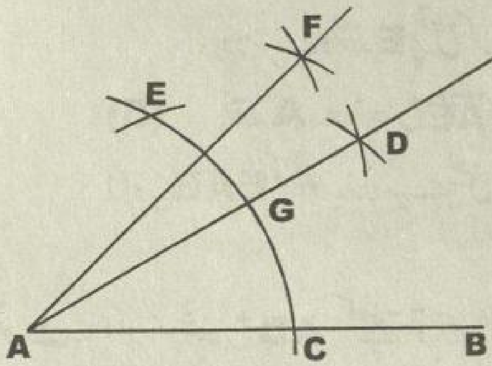
سرگرمی 5: °45 کا زاویہ بنائیے۔

آپ °90 کا زاویہ بنانا جانتے ہیں۔ آپ کو یہ بھی معلوم ہے کہ کسی زاویے کی تنصیف کس طرح کرتے ہیں۔ اگر آپ °90 کا زاویہ بنائیں اور پھر اس کی تنصیف کریں تو آپ °45 کا زاویہ بنالیں گے۔ یہ بطور مشق ہم آپ کے لیے چھوڑتے ہیں۔

آئیے اب ہم °45 کا زاویہ ایک اور طریقے سے بناتے ہیں۔

عمل:

(1) $\overline{AB}$ ایک قطعہ خط کھینچا۔



(2) نقطہ **A** پر زاویہ بنانے کے لیے **A** کو مرکز مان کر کسی مناسب رداس سے قوس لگائی جو $\overline{AB}$ کو نقطہ **C** پر قطع کرتی ہے۔

(3) اب نقطہ **C** کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک قوس لگائی جو پہلی قوس کو نقطہ **E** پر قطع کرے۔

(4) اب نقطہ **C** اور نقطہ **E** کو مرکز مان کر کسی بھی رداس کی باری باری دو قوسیں کھینچیں جو ایک دوسرے کو نقطہ **D** پر قطع کرتی ہیں۔ **A** اور **D** کو ملائیں جو قوس **EC** کو نقطہ **G** پر قطع کرتی ہے۔

(5) نقاط **E** اور **G** کو باری باری مرکز مان کر کسی مناسب رداس کی دو قوسیں کھینچیں جو ایک دوسرے کو نقطہ **F** پر قطع کرتی ہیں۔

(6) نقاط **A** اور **F** کو ملایا۔

زاویہ **FAB** مطلوبہ زاویہ ہے یعنی

$$m\angle FAB = 45^\circ$$

سرگرمی 6: °135 کا زاویہ بنائیے۔

یہ بطور مشق ہم آپ کے لیے چھوڑتے ہیں۔

سرگرمی 7: °150 کا زاویہ بنائیے۔

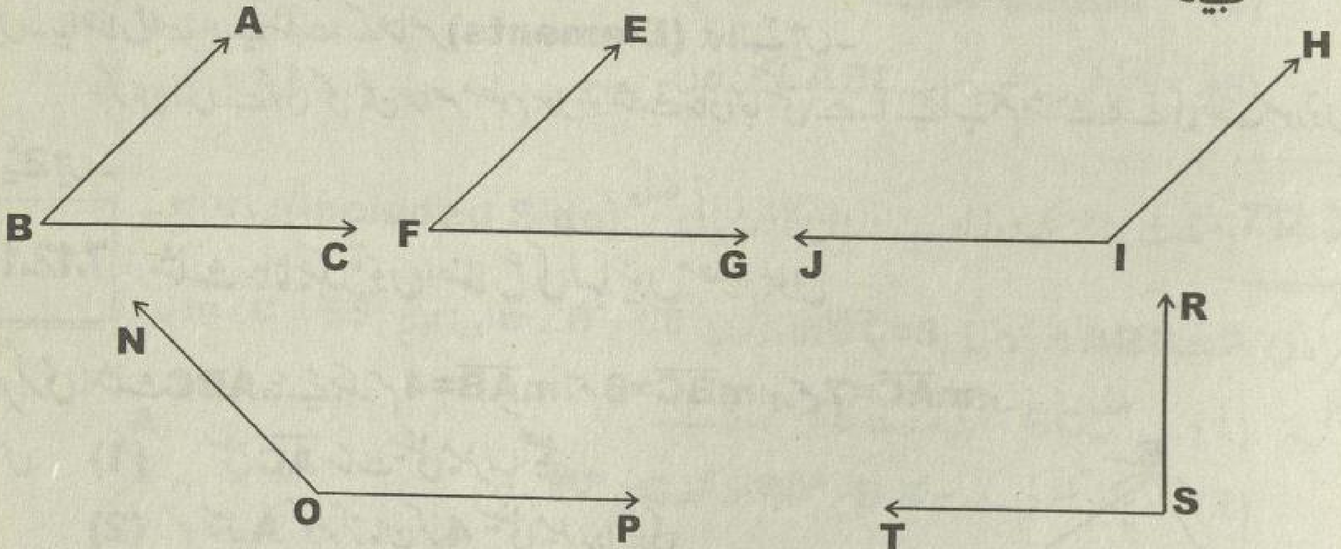
یہ بطور مشق ہم آپ کے لیے چھوڑتے ہیں۔

مشق 7.5

1۔ پروٹریکٹر کی مدد سے مندرجہ ذیل زاویے بنائیے اور پھر ان کی تنصیف کیجیے۔

(i) 50°　(ii) 70°　(iii) 100°　(iv) 130°

2۔ پیمانے اور پرکار کی مدد سے نیچے دیئے گئے زاویوں کے متماثل زاویے بنائیں۔ پروٹریکٹر کی مدد سے اپنے جواب کی پڑتال کیجیے۔



3۔ پیمانے اور پرکار کی مدد سے مندرجہ ذیل زاویے بنائیے۔

(i) $m\angle ABC = 60°$ ، $m\overline{AB}=$ 4 سم اور $m\overline{BC}=$ 3 سم

(ii) $m\angle ABC = 90°$ ، $m\overline{AB}=$ 5 سم اور $m\overline{BC}=$ 4 سم

(iii) $m\angle ABC = 45°$ ، $m\overline{AB}=$ 3 سم اور $m\overline{BC}=$ 5 سم

(iv) $m\angle ABC = 120°$ ، $m\overline{AB}=$ 6 سم اور $m\overline{BC}=$ 3 سم

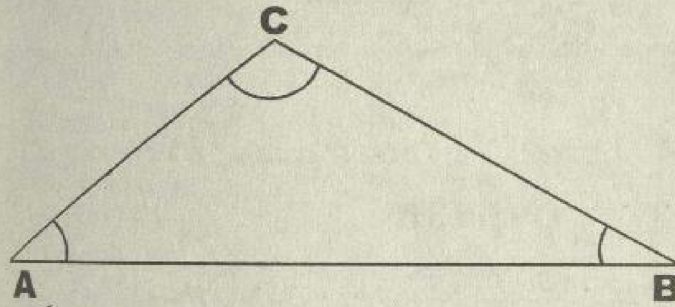
(v) $m\angle ABC = 30°$ ، $m\overline{AB}=$ 4 سم اور $m\overline{BC}=$ 4 سم

4۔ پرکار اور مسطر کی مدد سے مندرجہ ذیل زاویے بنائیں۔

(i) 60° (ii) 120° (iii) 30° (iv) 90°

(v) 45° (vi) 135° (vii) 150°

7.12 مثلث بنانا



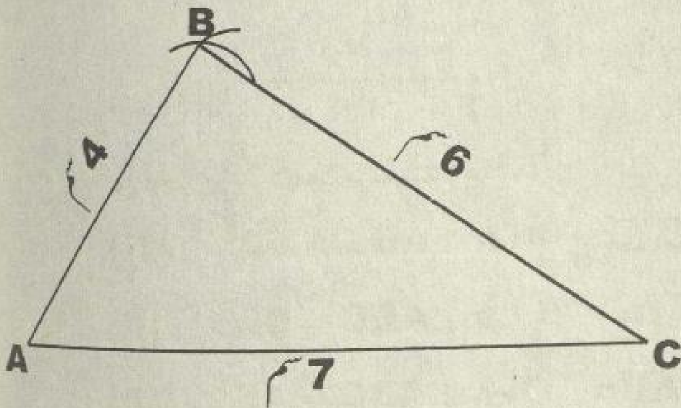
آپ جانتے ہیں کہ مثلث (Tringle) ایسی بند شکل کو کہتے ہیں جس میں تین ضلعے اور تین زاویے ہوتے ہیں۔

سامنے دی ہوئی شکل میں $\overline{AB}$ ، $\overline{BC}$ اور $\overline{CA}$ مثلث ABC کے تین اضلاع ہیں اور زاویہ ABC، زاویہ BCA، زاویہ CAB اس کے زاویے ہیں۔ زاویے BAC، ABC اور ACB کو بالترتیب $\angle A$ ، $\angle B$ اور $\angle C$ لکھتے ہیں۔ یہ اضلاع اور زاویے مثلث کے عناصر (Elements) کہلاتے ہیں۔

اگر ان میں سے کوئی بھی تین عناصر معلوم ہوں تو مثلث بنائی جاسکتی ہے۔ آیئے اب ہم مثلث بنانے کی مختلف صورتوں کو دیکھتے ہیں۔

7.12.1 مثلث بنانا جبکہ تینوں اضلاع کی لمبائیوں معلوم ہوں

سرگرمی: مثلث ABC بنایئے جبکہ سم $m\overline{AB}=4$، سم $m\overline{BC}=6$ اور سم $m\overline{AC}=7$ ہو۔



عمل:

(1) ضلع $\overline{AC}$ سات سینٹی میٹر لمبا کھینچیے۔

(2) نقطہ A کو مرکز مان کر 4 سینٹی میٹر رداس کی ایک قوس لگایئے۔

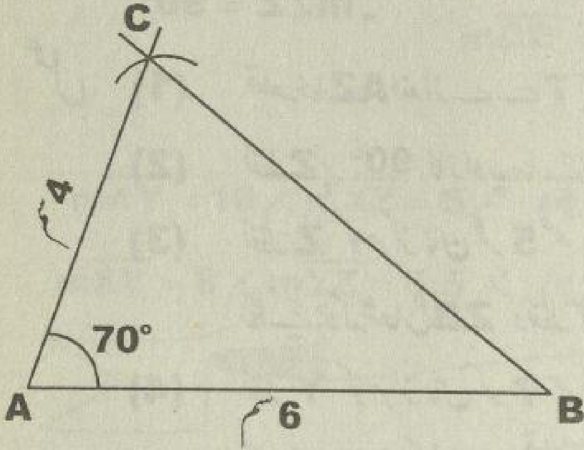
(3) اسی طرح نقطہ C کو مرکز مان کر 6 سینٹی میٹر رداس کی ایک قوس لگایئے۔ جو پہلی قوس کو نقطہ B پر قطعہ کرے۔

(4) نقطہ B کو نقطہ C اور نقطہ A سے ملایئے۔

اس طرح مطلوبہ مثلث ABC حاصل ہوگی۔

7.12.2 مثلث بنانا جبکہ دو ضلعے اور ان کا درمیانی زاویہ (Included Angle) دیا ہوا ہو

سرگرمی: مثلث ABC بنایئے جبکہ $m\overline{AB} = 6cm$ ، $m\overline{AC} = 4cm$ اور درمیانی زاویہ $m\angle A = 70^\circ$ ہو۔



عمل: (1) ضلع $\overline{AB}$ مسطر کی مدد سے 6 سم لمبا بنایئے۔

(2) نقطہ A پر پروٹریکٹر کی مدد سے 70° کا زاویہ بنایئے۔

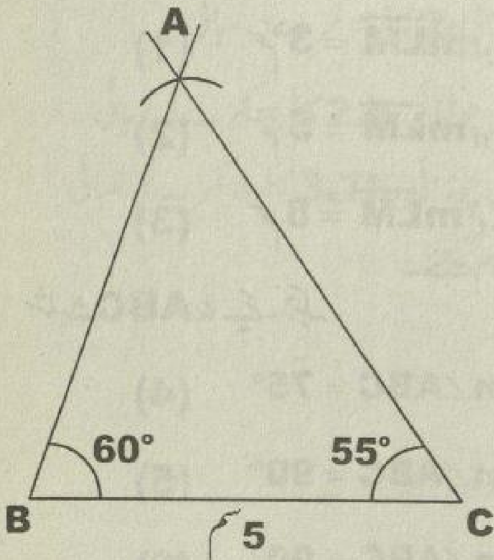
(3) نقطہ A کو مرکز مان کر 4 سم کے فاصلے پر ایک قوس لگایئے جو زاویہ کے بازو کو نقطہ C پر قطع کرے۔

(4) نقاط B اور C کو ملایئے۔

(5) اس طرح مطلوبہ مثلث ABC حاصل ہوگی۔

7.12.3 مثلث بنانا جبکہ دو زاویے اور ان کا درمیانی ضلع (Included Side) دیا ہوا ہو۔

سرگرمی: مثلث ABC بنایئے جبکہ $m\overline{BC}=5$ سم، زاویہ $m\angle B = 60^\circ$ اور زاویہ $m\angle C = 55^\circ$ ہو۔



عمل: (1) ضلع BC مسطر کی مدد سے 5 سم لمبا بنایئے۔

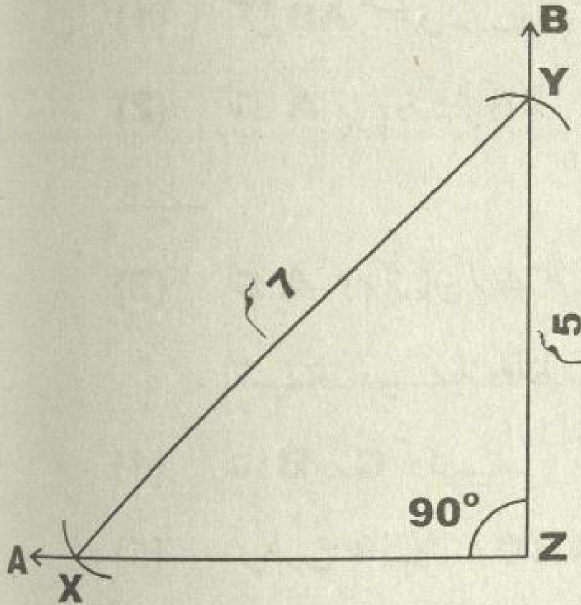
(2) پروٹریکٹر کی مدد سے نقطہ B پر 60° اور نقطہ C پر 55° کے زاویے بنایئے۔

(3) ان دونوں زاویوں کے بازو ایک دوسرے کو نقطہ A پر قطع کرتے ہیں۔

(4) پس مثلث ABC مطلوبہ مثلث ہے۔

7.12.4 مثلث قائمۃ الزاویہ بنانا جبکہ وتر (Hypotennse) اور ایک ضلع دیا ہوا ہو

سرگرمی: مثلث قائمۃ الزاویہ XYZ بنائیے جبکہ وتر XY کی لمبائی 7 سم ہے اور ضلع YZ کی لمبائی 5 سم ہے اور $m\angle Z = 90^\circ$۔



عمل: (1) قطعہ خط AZ اندازے سے 7 سم سے بڑا بنائیے۔

(2) نقطہ Z پر 90° کا زاویہ بنائیے۔

(3) نقطہ Z کو مرکز مان کر 5 سم رداس کی ایک قوس لگائیے جو کہ شعاع ZB کو نقطہ Y پر قطع کرے گی۔

(4) نقطہ Y کو مرکز مان کر 7 سم رداس کی ایک قوس لگائیے جو AZ کو نقطہ X پر قطع کرتی ہے۔

(5) نقاط X اور Y کو ملائیے۔

(6) اس طرح مطلوبہ قائمۃ الزاویہ مثلث XYZ حاصل ہوگی۔

مشق 7.6

مثلث LMN بنائیے جبکہ

(1) $m\overline{LM} = 3$ سم اور $m\overline{MN} = 5$ سم، $m\overline{LN} = 7$ سم

(2) $m\overline{LM} = 5$ سم اور $m\overline{MN} = 7$ سم، $m\overline{LN} = 9$ سم

(3) $m\overline{LM} = 8$ سم اور $m\overline{MN} = 6$ سم، $m\overline{LN} = 10$ سم

مثلث ABC بنائیے۔ جبکہ

(4) $m\angle ABC = 75^\circ$ اور $m\overline{BC} = 3.4$ سم، $m\overline{AB} = 4$ سم

(5) $m\angle ABC = 90^\circ$ اور $m\overline{BC} = 3.5$ سم، $m\overline{AB} = 4.3$ سم

(6) $m\angle ABC = 90^\circ$ اور $m\overline{BC} = 4$ سم، $m\overline{AB} = 3$ سم

مثلث PRQ بنائیے۔ جبکہ

(7) $m\angle P = 75°$ اور $m\angle Q = 40°$، $m\overline{PQ} = 5$ سم

(8) $m\angle Q = 60°$ اور $m\angle P = 65°$، $m\overline{PQ} = 7$ سم

(9) $m\angle R = 30°$ اور $m\angle Q = 45°$، $m\overline{QR} = 6.5$ سم

مثلث XYZ بنائیے۔ جبکہ

(10) سم $m\overline{XZ} = 5$، سم $m\overline{XY} = 7$

(11) سم $m\overline{XZ} = 6$، سم $m\overline{XY} = 10$

(12) سم $m\overline{YZ} = 10$، سم $m\overline{XY} = 14$

(13) سم $m\overline{YZ} = 6.5$، سم $m\overline{XY} = 8$

متفرق مشق 7

1۔ اپنے گھر میں استعمال ہونے والی چائے کی پتی کے خالی پیکٹ کے اوپری اور نچلے حصے کاٹیں اور اس کی چار دیواری کا رقبہ معلوم کیجئے۔

2۔ ایک کمرے کے فرش کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب 3 میٹر اور 4 میٹر ہے۔ اگر کمرے کی چھت فرش سے $4\frac{1}{2}$ میٹر اونچی ہو تو کمرے کا چار دیواری کا رقبہ معلوم کیجئے۔

3۔ مندرجہ ذیل دی ہوئی پیمائشوں کے مطابق کمرے کی چار دیواری کا رقبہ معلوم کیجئے۔

(i) کمرے کی لمبائی = 2 میٹر، کمرے کی چوڑائی <= $1\frac{1}{2}$ میٹر، دیوار کی اونچائی <= $3\frac{1}{2}$ میٹر

(ii) کمرے کی لمبائی = 2.5 میٹر، کمرے کی چوڑائی <= 2.25 میٹر، دیوار کی اونچائی <= 4.25 میٹر

(iii) کمرے کی لمبائی = 3.75 میٹر، کمرے کی چوڑائی <= 2.75 میٹر، دیوار کی اونچائی <= 4.75 میٹر

4۔ مندرجہ ذیل دی ہوئی پیمائشوں کے مطابق متوازی الاضلاعی علاقوں کا رقبہ معلوم کیجئے۔

(i) قاعدہ = 12 سم، ارتفاع = 8 سم

(ii) قاعدہ = 3.50 سم، ارتفاع = 2.25 سم

(iii) قاعدہ = 35 سم، ارتفاع = 25 سم

5۔ مندرجہ ذیل دی ہوئی پیمائشوں کے مطابق مکعب نماؤں کا حجم معلوم کیجیے۔

(i) لمبائی = 10 سم، چوڑائی = 8 سم، اونچائی = 9 سم

(ii) لمبائی = 15.15 سم، چوڑائی = 7.50 سم، اونچائی = 10.50 سم

(iii) لمبائی = 17.25 سم، چوڑائی = 15.50 سم، اونچائی = 12.50 سم

6۔ ایک مکعب کے ضلع کی پیمائش درج ذیل ہو تو حجم معلوم کیجیے۔

(i) 2.30 سم (ii) 5.75 سم (iii) 12.05 سم

(iv) 7.05 سم (v) 69 ملی میٹر (vi) 75 ملی میٹر

7۔ ناصف اور عمودی ناصف میں فرق بیان کیجیے۔

8۔ ایک نقطے سے گزرنے والے تین قطع خط کھینچیے اور ان سے بننے والے زاویوں کی پیمائش کیجیے۔ بتایئے کیا ان زاویوں کا مجموعہ °360 ہے؟

9۔ قطعہ دائرہ کسے کہتے ہیں؟

10۔ 3 سم رداس کا ایک دائرہ بنایئے اور اس میں مندرجہ ذیل کو ظاہر کیجیے۔

(i) وتر (ii) قوس کا مرکزی زاویہ (iii) قطعہ دائرہ (iv) دائرے کا مرکز

11۔ متماثل زاویوں سے کیا مراد ہے؟

12۔ مثلث کسے کہتے ہیں؟

13۔ مثلث قائمۃ الزاویہ کسے کہتے ہیں؟

14۔ مندرجہ ذیل پیمائشوں کے قطعہ خط کھینچیے اور ان کو تنصیف کیجیے۔ (پرکار اور مسطر کی مدد سے)

(i) 5 سم (ii) 7 سم (iii) 8.5 سم

15۔ مندرجہ ذیل پیمائشوں کے زاویے بنایئے اور ان کی تنصیف کیجیے۔

(i) 90° (ii) 60° (iii) 45° (iv) 30°

16۔ دیئے ہوئے مثلث، ABC کے ارکان کے مطابق مثلث بنایئے۔ اور ہر صورت میں عمل لکھیئے۔

(i) $m\angle A = 65^\circ$ ، $m\overline{AC} = 6$ ، $m\overline{AB} = 8$ سم

(ii) $m\overline{AC} = 7.5$ سم ، $m\angle C = 45^\circ$ ، $m\angle A = 45^\circ$

(iii) $m\angle B = 90^\circ$ ، $m\overline{AC} = 7$ سم ، $m\overline{AB} = 5$ سم

خلاصہ

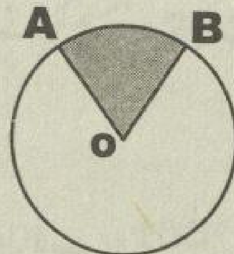
- رقبہ: کسی سادہ ہندسی بند شکل میں گھری ہوئی جگہ کو اس شکل کا رقبہ کہتے ہیں۔ رقبے کو ہمیشہ مربع اکائیوں میں لکھتے ہیں۔
- چار دیواری کا رقبہ = 2(لمبائی + چوڑائی) × اونچائی = $2 \times h \times (l + b)$

  متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ × ارتفاع = $b \times h$

  مثلثی علاقے کا رقبہ = $\frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ}}{2} = \frac{b \times h}{2}$
- حجم: کسی جگہ کی وہ مقدار جو کوئی ٹھوس چیز اونچائی، لمبائی اور چوڑائی میں گھیرتی ہے۔ حجم کہلاتی ہے۔ حجم کو ہمیشہ مکعب اکائیوں میں لکھتے ہیں۔

  مکعب کا حجم = ضلع کی لمبائی × ضلع کی لمبائی × ضلع کی لمبائی = $l \times l \times l$

  مکعب نما کا حجم = گہرائی × چوڑائی × لمبائی = $l \times b \times h$
- عملی جیومیٹری (Practical Geomatery) سے جیومیٹری کے مسائل کو اچھی طرح سمجھنے میں مثبت مدد ملتی ہے۔
- ناصف اس قطعہ خط یا نقطہ کو کہتے ہیں جو کسی قطعہ خط کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرے۔
- ایسا ناصف جو دیئے ہوئے قطعہ خط پر زاویہ قائمہ بناتا ہے عمودی ناصف کہلاتا ہے۔
- ایک نقطہ پر بننے والے تمام زاویوں کی پیمائش کا مجموعہ 360° ہوتا ہے۔
- ایک دائرے کے کسی دو نقاط کو ملانے والے قطعہ خط کو وتر (Chord) کہتے ہیں۔
- دائرے کے کسی بھی حصے کو قوس کہتے ہیں۔
- دائرے کے دو رداسی قطعات کے درمیان حصے کو قطعہ دائرہ کہتے ہیں۔ درج ذیل شکل میں سایہ دار حصہ قطعہ دائرہ ہے۔



- کسی قوس کا مرکزی زاویہ **(Central Angle)** ایک ایسا زاویہ ہوتا ہے جس کا راس **(Vertex)** متعلقہ دائرے کے مرکز پر ہو اور جس کے بازو قوس کے سروں میں سے گزرتے ہوں۔
- مثلث ایسی بند شکل کو کہتے ہیں جس میں تین ضلعے اور تین زاویے ہوتے ہیں۔
- اگر مثلث کے مندرجہ ذیل ارکان دیئے گئے ہوں تو بآسانی مثلث بنا سکتے ہیں۔

(i) جبکہ تینوں اضلاع کی پیمائش دی ہوئی ہے۔

(ii) جبکہ دو ضلعے اور ان کا درمیانی زاویہ دیا ہوا ہو۔

(iii) جبکہ دو زاویے اور ان کا درمیانی ضلع دیا ہوا ہو۔

(iv) جبکہ وتر اور ایک ضلع دیا ہوا ہو۔



معلومات داری

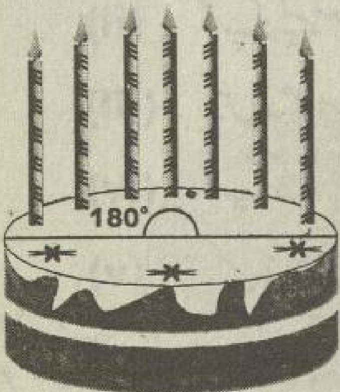
8.1 پائی چارٹ یا پائی گراف

پائی چارٹ یا پائی گراف ایک دائرے کی شکل کا خاکہ ہوتا ہے۔ یہ مختلف مدات کی قدر کے موازنے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ دائرے کو مختلف قدریں (Values) ظاہر کرنے کے لیے حصوں میں تقسیم کرلیا جاتا ہے۔ دائرے کا ہر حصہ قطعہ دائرہ (Sector) کہلاتا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ دائرے کے مرکز کے گرد $360°$ ہوتے ہیں۔ ہر مد کے قطعہ دائرہ کا زاویہ اسی تناسب میں لیتے ہیں۔ مدات یا مقداروں کو قطعات دائرہ میں ظاہر کرنے کو پائی گراف یا پائی چارٹ کہتے ہیں۔ یا اسے یوں کہہ سکتے ہیں کہ مقداروں یا مدات پر مبنی قطعات والا دائرہ پائی گراف یا دائروی کہلاتا ہے۔ کسی مکمل معلومات کے مختلف حصوں کو ظاہر کرنے اور اس کا آپس میں مقابلہ کرنے کے لیے پائی گراف بہت مفید رہتا ہے۔

آیئے! اسے سمجھنے کے لیے چند مثالیں دیکھتے ہیں۔

مثال 1: ایک دائروی شکل کے کیک کو سعد اور حارث میں برابر برابر تقسیم کیا گیا ہے۔

کیک کو سعد اور حارث میں برابر برابر تقسیم کرنے سے مراد یہ ہے کہ ہر ایک کو ٹھیک آدھا کیک ملے۔



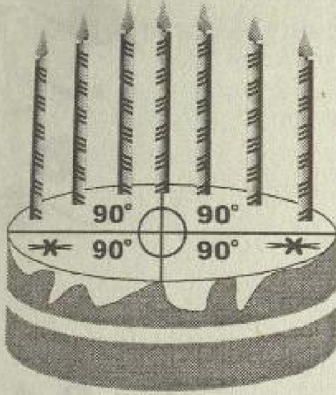
ریاضی میں اسے یوں ظاہر کریں گے۔ $\frac{1}{2}$ (آدھا کیک)

چونکہ دائرے میں مرکز کے گرد $360°$ ہوتے ہیں۔

لہٰذا آدھا آدھا ظاہر کرنے کے لیے 360 کو 2 سے تقسیم کرتے ہیں۔

یعنی $\frac{360}{2} = 180°$

کیک (یعنی دائروی شکل) کے مرکز 'O' پر $180°$ درجے کا زاویہ دراصل کیک کو دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔



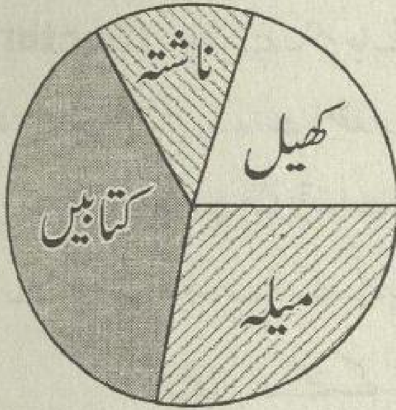
حل: اگر ہم ایک دائروی کیک کو چار برابر برابر حصوں میں تقسیم کریں تو ہر حصہ کیک کا ایک چوتھائی یا $\frac{1}{4}$ ہوگا۔

اگر ہم کیک کے قطعات پر زاویوں کی پیمائش کریں تو ہمیں معلوم ہوگا کہ ہر زاویہ $90°$ کا ہے۔

یعنی $\frac{360}{4} = 90°$

یعنی $360°$ کو 4 سے تقسیم کرنے پر $90°$ حاصل ہوتا ہے۔

سرگرمی 1: دیئے ہوئے پائی گراف میں ایک طالب علم کے مختلف مدات میں اخراجات کو دکھایا گیا ہے۔ اس پائی گراف میں



☐ کھیلوں پر ہونے والے اخراجات کو ظاہر کرتا ہے۔

▨ میلے پر ہونے والے اخراجات کو ظاہر کرتا ہے۔

■ کتابوں پر ہونے والے اخراجات کو ظاہر کرتا ہے۔

▧ ناشتے پر ہونے والے اخراجات کو ظاہر کرتا ہے۔

گراف کا مطالعہ کیجیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔

(i) کس مد میں سب سے زیادہ فرق ہوا؟

(ii) آپ کو کیسے معلوم ہوا کہ کتابوں پر سب سے زیادہ خرچ ہوا؟

(iii) کس مد میں سب سے کم خرچ ہوا؟

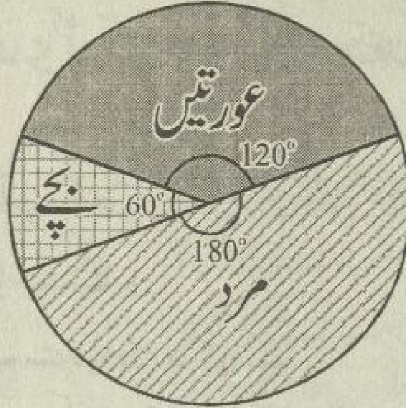
(iv) آپ کو کیسے معلوم ہوا کہ ناشتے پر سب سے کم خرچ ہوا؟

(v) کس مد میں زیادہ خرچ ہوا؟ کھیلوں پر یا میلے پر؟

کتابوں پر
چونکہ قطعہ دائرہ سب سے بڑا ہے
ناشتے پر
چونکہ قطعہ دائرہ سب سے چھوٹا ہے
میلے پر

سرگرمی 2: اوپر والی مثال نمبر 3 میں تمام مدات پر اخراجات کے قطعات خط کے زاویوں کی پیمائش کیجیے اور دیکھیے کہ کیا ان کا مجموعہ $360°$ ہے؟

سرگرمی 3: نیچے پائی گراف پانی کے جہاز پر سوار حاجیوں کی درجہ بندی ظاہر کرتا ہے۔ حاجیوں کی کل تعداد 600 ہے۔



یہاں ▨ مردوں کو ظاہر کرتا ہے۔ ■ عورتوں کو ظاہر کرتا ہے۔ ⊞ بچوں کو ظاہر کرتا ہے۔

پائی گراف کو دیکھ کر درج ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔

(i) جہاز پر کتنے مرد سوار ہیں؟	$\left(\frac{180}{360} \times 600 = 300\right)$	300
(ii) جہاز پر کتنی عورتیں سوار ہیں؟	$\left(\frac{120}{360} \times 600 = 200\right)$	200
(iii) جہاز پر کتنے بچے سوار ہیں؟	$\left(\frac{60}{360} \times 600 = 100\right)$	100
(iv) جہاز پر سب سے زیادہ تعداد کن کی ہے؟		مردوں کی
(v) جہاز پر کن کی تعداد سب سے کم ہے؟		بچوں کی

مشق 8.1

1۔ رضوان، مریم اور سدرہ کے حصے میں آنے والے کیک کو پائی گراف میں دکھایا گیا ہے۔

گراف کو دیکھ کر درج ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔

(i) سب سے زیادہ کیک کس کے حصے میں آیا؟

(ii) سب سے کم کیک کس کے حصے میں آیا؟

(iii) کسے زیادہ کیک ملا سدرہ کو یا رضوان کو؟



(iv) کسے کم کیک ملا مریم کو یا سدرہ کو؟

(v) قطعات دائرہ کے زاویوں کی پیمائش کیجیے۔ اور بتایئے کہ ان تینوں قطعات دائرہ کے زاویوں کا مجموعہ **°360** ہے۔

2۔ نیچے بنا ہوا پائی گراف مختلف مضامین میں آفتاب کے حاصل کردہ نمبروں کو ظاہر کرتا ہے۔

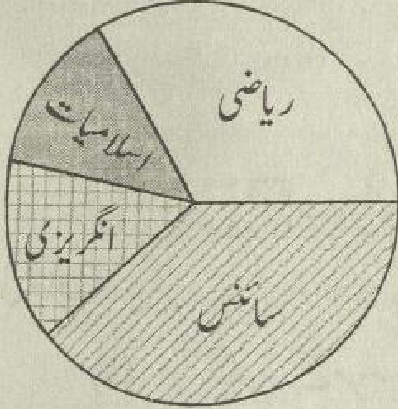
گراف کو دیکھ کر درج ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔

(i) کس مضمون میں آفتاب نے سب سے زیادہ نمبر حاصل کیے؟

(ii) کس مضمون میں آفتاب نے سب سے کم نمبر حاصل کیے؟

(iii) کس مضمون میں آفتاب نے زیادہ نمبر حاصل کیے سائنس میں یا ریاضی میں؟

(iv) ہر مضمون میں ظاہر کردہ قطعہ دائرہ کے زاویے کی پیمائش کیجیے۔



آفتاب کے حاصل کردہ نمبر

3۔ چھٹی جماعت کے **100** طلباء کی عمریں مندرجہ ذیل پائی گراف میں دکھائی گئی ہیں۔

چھٹی جماعت کے طلباء کی عمریں

یہاں $\text{ایک طالب علم} = \frac{360}{100} = 3.6^\circ$

یہاں **°108** کا قطعہ دائرہ **12** سال سے کم عمر کے طلباء کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

°252 کا قطعہ دائرہ **12** سال سے زیادہ عمر کے طلباء کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

گراف کو دیکھ کر درج ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔

(i) کتنے طلباء **12** سال سے کم عمر کے ہیں؟

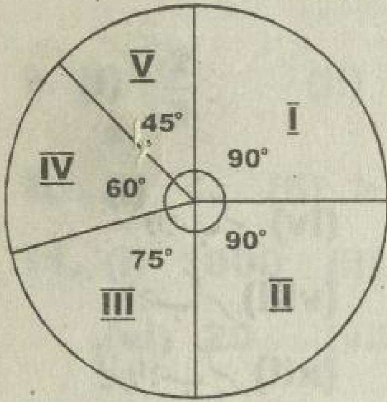
(ii) کتنے طلباء **12** سال سے زیادہ عمر کے ہیں؟

(iii) زیادہ تعداد کس عمر کے طلبہ کی ہے؟ **12** سال سے کم یا **12** سال سے زیادہ عمر کی۔

(iv) **12** سال سے زیادہ عمر کے طلبہ کی تعداد، **12** سال سے کم عمر والے طلبہ سے کتنی زیادہ ہے؟

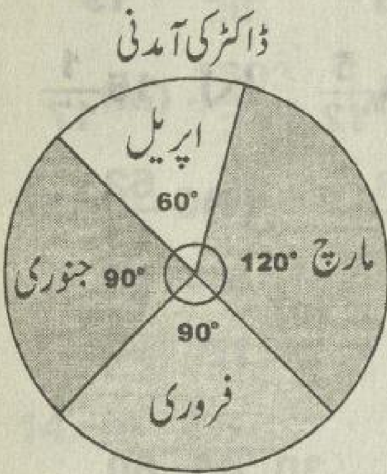
(v) جماعت میں کل کتنے طلباء ہیں؟

4۔ مندرجہ ذیل پائی گراف ہفتہ کے روز مختلف جماعتوں میں طلباء کی حاضری ظاہر کرتا ہے۔ جبکہ طلباء کی کل تعداد 720 ہے۔
گراف کو دیکھ کر درج ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔



(i) پہلی جماعت میں کتنے طلباء حاضر تھے؟
(ii) دوسری جماعت میں طلباء کی حاضری کیا تھی؟
(iii) کس جماعت میں حاضری سب سے زیادہ تھی؟
(iv) کس جماعت میں حاضری سب سے کم تھی؟
(v) پانچویں جماعت میں کتنے طلباء حاضر تھے؟
(vi) حاضری کا چارٹ تیار کیجیے۔

5۔ نیچے دیا ہوا پائی گراف ایک ڈاکٹر کی چار ماہ کی آمدنی ظاہر کرتا ہے۔
گراف کو دیکھ کر درج ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔



(i) جنوری میں ڈاکٹر کی آمدنی کیا تھی؟
(ii) فروری میں ڈاکٹر کی آمدنی کیا تھی؟
(iii) مارچ میں ڈاکٹر کی آمدنی کیا تھی؟
(iv) اپریل میں ان کی آمدنی کیا تھی؟
(v) ڈاکٹر کی زیادہ سے زیادہ آمدنی کیا تھی؟
(vi) ڈاکٹر کی کم از کم آمدنی کیا تھی؟
(vii) ڈاکٹر کی آمدنی کا چارٹ تیار کیجیے۔

خلاصہ

- پائی گراف (Pie-Graph) یا پائی چارٹ ایک دائرے کی شکل کا خاکہ ہوتا ہے جو کہ مختلف مدات کی قدر کے موازنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔
- دی ہوئی مختلف معلومات کو پائی گراف میں ان کی مقدار یا تعداد کے اعتبار سے دائرے کے قطعات کی صورت میں ظاہر کیا جاتا ہے۔
- بعض اوقات قطعات دائرہ کو مختلف رنگوں کی مدد سے بھی ظاہر کیا جاتا ہے۔
- مقدار مندرجہ ذیل کلیہ کے ذریعے معلوم کرتے ہیں۔

$$\text{مقدار} = \frac{\text{سیکٹر کا زاویہ}}{360} \times \text{مقداروں کا مجموعہ}$$

جوابات

مشق 1.1

1. (i) غیرواجب کسر　(ii) واجب کسر　(iii) مرکب کسر　(iv) واجب کسر
(v) واجب کسر　(vi) مرکب کسر　(vii) واجب کسر　(viii) واجب کسر
(ix) واجب کسر　(x) غیرواجب کسر　(xi) مرکب کسر　(xii) غیرواجب کسر
(xiii) مرکب کسر　(xiv) واجب کسر　(xv) غیرواجب کسر

2. (i) $1\frac{1}{2}$　(ii) $1\frac{2}{5}$　(iii) $3\frac{4}{7}$　(iv) $1\frac{5}{6}$　(v) $1\frac{1}{19}$
(vi) $3\frac{1}{8}$　(vii) $7\frac{1}{7}$　(viii) $8\frac{1}{11}$　(ix) $11\frac{5}{12}$　(x) $15\frac{1}{17}$

3. (i) $\frac{7}{3}$　(ii) $\frac{73}{10}$　(iii) $\frac{47}{11}$　(iv) $\frac{83}{8}$　(v) $\frac{62}{11}$

4. (i)،(ii)،(iii) اور (iv) مترادف کسور ہیں۔　(v) اور (vi) مترادف کسور ہیں۔
(vii) اور (viii) مترادف کسور ہیں۔

6. (i) $\frac{8}{16},\frac{12}{24},\frac{16}{32}$　(ii) $\frac{18}{24},\frac{27}{36},\frac{36}{48}$　(iii) $\frac{30}{40},\frac{45}{60},\frac{60}{80}$
(iv) $\frac{40}{80},\frac{60}{120},\frac{80}{160}$　(v) $\frac{84}{126},\frac{126}{189},\frac{168}{252}$

7. (i) $\frac{9}{27},\frac{3}{9},\frac{1}{3}$　(ii) $\frac{16}{32},\frac{4}{8},\frac{1}{2}$　(iii) $\frac{25}{125},\frac{5}{25},\frac{1}{5}$
(iv) $\frac{81}{27},\frac{27}{9},\frac{9}{3}$　(v) $\frac{32}{128},\frac{8}{32},\frac{2}{8}$

8. (i) $\frac{1}{12},\frac{1}{9},\frac{1}{7},\frac{1}{5},\frac{1}{3}$　(ii) $\frac{1}{49},\frac{1}{30},\frac{1}{23},\frac{1}{17},\frac{1}{15}$

$\frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \frac{1}{23}, \frac{1}{30}, \frac{1}{49}$ $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}$

9. (i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{5}{3}$ (iii) $\frac{3}{4}$ (iv) $\frac{8}{5}$ (v) $\frac{64}{95}$

10. (i) $<$ (ii) $>$ (iii) $>$ (iv) $<$ (v) $<$ (vi) $<$ (vii) $<$ (viii) $<$

11. (i) 1000 (ii) 110 (iii) 5 (iv) 17 (v) 4
(vi) 20 (vii) 10000 (viii) 10000 (ix) 1101

12. (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{6}{25}$ (iv) $\frac{12}{25}$ (v) $\frac{1}{40}$
(vi) $\frac{1}{20}$ (vii) $\frac{39}{50000}$ (viii) $\frac{3}{2}$ (ix) $\frac{11}{4}$ (x) $\frac{49}{4}$
(xi) $\frac{1803}{20}$ (xii) $\frac{103}{2}$

13. (i) 0.79 (ii) 0.27 (iii) 0.19 (iv) 15.103
(v) 0.8 (vi) 0.007 (vii) 0.291 (viii) 0.099
(ix) 51.48 (x) 3.2 (xi) 0.051 (xii) 2.340

14. (i) 2.5 (ii) 0.2 (iii) 0.1875 (iv) 0.08
(v) 2.25 (vi) 18.875 (vii) 8.02 (viii) 31.16
(ix) 2.15625 (x) 3.015625 (xi) 14.34 (xii) 50.75

15. (i) 0.833 (ii) 0.571 (iii) 0.300 (iv) 0.222
(v) 8.333 (vi) 1.076 (vii) 0.882 (viii) 0.833
(ix) 0.071 (x) 1.066

مشق 1.3

1. $175\frac{7}{8}$ کلومیٹر

2. $23\frac{3}{16}$ صفحات، 3 صفحات

3. $375\frac{5}{8}$ روپے، $1876\frac{7}{8}$ روپے 4. $9109\frac{11}{14}$ سینٹی میٹر

5. (i) $\frac{11}{27}$ (ii) $\frac{2}{135}$ (iii) $\frac{27}{50}$

مشق 1.4

1. $\frac{1}{4}$ 2. $3\frac{75}{110}$ 3. $8\frac{1}{8}$ 4. $14\frac{1}{6}$ 5. $9\frac{3}{4}$

6. $-\frac{1}{20}$ 7. $10\frac{7}{12}$ 8. $1\frac{1}{30}$ 9. $1\frac{6}{49}$ 10. 4

مشق 1.5

1. 11.2492 2. 10.713 3. 28.676 4. 0.5 5. 1.9062

6. 0.0331 7. 7.0886 8. 39.84 9. 6.25

مشق 1.6

1. 2.91 2. 2.05 3. 1.85 4. 0.35 5. 2.185

6. 1.575 7. 8.207 8. 0.95 9. 15.2 10. 9

مشق 1.7

1. $9\frac{1}{7}$ کلوگرام 2. 40 صفحات 3. $\frac{3}{5}, \frac{2}{5}$ 4. 12,200

5. 6687, 4458, 8916, 10030.5 6. $1\frac{1}{4}$ روٹیاں 7. $\frac{1}{25}$

8. $12\frac{1}{2}$ میٹر 9. 975 روپے، 25 روپے 10. $241\frac{3}{4}$ روپے 11. $124\frac{1}{2}$ روپے

مشق 1.8

1. 198 روپے 2. 269.40 روپے 3. 281.45 روپے 4. 1496.75 روپے 5. 1355.56 روپے

متفرق مشق 1

1. (i) غیر واجب کسر (ii) واجب کسر (iii) غیر واجب کسر (iv) $5\frac{1}{3}$ (v) واجب کسر

(vi) > (vii) ترتیب نزولی (viii) $\frac{1}{3}$ (ix) چار

2. $4\frac{3}{4}$ میٹر

3. $2\frac{3}{5}$ لیٹر

4. پہلے دن پڑھے گئے = 60 صفحے
دوسرے دن پڑھے گئے = 90 صفحے
اگلے دن کتاب کا حصہ پڑھا گیا = $\frac{3}{5}$

5. (i) $1\frac{1}{10}$ (ii) 2 (iii) $\frac{1}{2}$

6. (i) 9.22 (ii) 6.378 (iii) 41.654 (iv) 13.854

7. (i) 1.085 (ii) 5.895 (iii) 1.2095

8. 4.1

10. (i) $1\frac{4}{250}$ (ii) $\frac{7}{25}$ (iii) $\frac{39}{49}$ (iv) $\frac{5}{81}$ (v) $\frac{1}{2}$

مشق 2.1

1. 5:4 2. 6:7 3. 8:5 4. 4:3 5. 9:13

6. 2:3 7. 5:4 8. 1:5 9. 7:9 10. 2525:154

11. 1:4 12. 3:40 13. 3:20 14. 11:18

مشق 2.2

1. 8:9 2. بچت = 3000روپے (i) 5:4 (ii) 4:5 (iii) 5:1 (iv) 4:1 (v) 1:5

3. 1:5 4. 5:6 5. 4:5 6. 5:6 7. 5:4

8. 5:14 9. 7:2093 10. 35 11. 150میٹر

مشق 2.3

1. (i) 5:3:4 (ii) 12:10:9 (iii) 14:15:12
   (iv) 1:10:100 (v) 30:7:10 (vi) 3:4:70
   (vii) 65:12:13 (viii) 26:5:4 (ix) 10:2:1

2. (i) 27:50:52 (ii) 1:2:6 (iii) 1:3:6
   (iv) 8:13:18 (v) 9:7:14

3. 4:5:7 4. 10:12:9

5. (i) 8:4:2:1 (ii) 20:10:5:1 (iii) 10:6:3:9 (iv) 13:10:11

6. (i) 13:11:15:9 (ii) 20:10:5:1 (iii) 10:6:3:9 (iv) 15:13:10:11

7. 18:40:25

8. (i) 7:5:3 (ii) 5:3:7:5

مشق 2.4

1. عمیر کا حصہ = 40روپے ، سمیر کا حصہ = 60روپے

2. بلال کا حصہ = 250روپے ، حامد کا حصہ = 200روپے

3. احسن کا حصہ = 220روپے ، احمد کا حصہ = 440روپے ، عفان کا حصہ = 660روپے

4. A کا حصہ = 400روپے ، B کا حصہ = 500روپے

5. عامر کا حصہ = 740روپے ، شہزاد کا حصہ = 1110روپے

6. ماروی کے نمبر = 150 ، سسی کے نمبر = 210
7. پہلی اننگ = 55 ، دوسری اننگ = 165
8. ریاضی = 70 ، سائنس = 80

مشق 2.5

1. شوہر کا حصہ = 6250 روپے ، ہر بیٹے کا حصہ = 3125 روپے
2. ایک بیٹی کا حصہ = 56250 روپے ، شوہر کا حصہ = 75000 روپے ، بیٹے کا حصہ = 1,12,500 روپے
3. ایک بیٹے کا حصہ = 4000 روپے ، ایک بیٹی کا حصہ = 2000 روپے
4. ایک بیٹے کا حصہ = 14625 روپے ، بیوی کا حصہ = 6750 روپے ، ماں کا حصہ = 9000 روپے
باپ کا حصہ = 9000 روپے
5. بیوہ کا حصہ = 1,87,500 روپے ، ایک بیٹے کا حصہ = 5,25,000 روپے
ایک بیٹی کا حصہ = 2,62,500 روپے

مشق 2.6

1. وسیم کا حصہ = 1000 روپے ، ندیم کا حصہ = 1400 روپے
2. سچل کا حصہ = 40000 روپے ، بچل کا حصہ = 30000 روپے
3. احمد کا حصہ = 300 روپے ، ظفر کا حصہ = 400 روپے
4. A کا حصہ = 1448 روپے ، B کا حصہ = 1086 روپے ، C کا حصہ = 1267 روپے
5. نعیم کا حصہ = 1200 روپے ، سلیم کا حصہ = 1600 روپے ، حکیم کا حصہ = 1900 روپے

مشق 2.7

1. (i) $x = 2$ (ii) $x = 3$ (iii) $x = 4$ (iv) $x = 4$ (v) $y = 0.64$
(vi) $a = 6.3$ (vii) $a = 9.8$ (viii) $a = 0.2$ (ix) $b = \frac{4}{9}$

2. 45 3. 10 4. 1

مشق 2.8

1. 700روپے 2. 4840صفحات 3. 1755روپے 4. 840 کلومیٹر 5. 9000روپے

6. 90 گھنٹے ماہانہ، 3 گھنٹے روزانہ 7. 125لڑکیاں 8. 2000 کلومیٹر

مشق 2.9

1. 64دن 2. 100دن 3. 32دن 4. 5دن 5. 400دن

متفرق مشق 2

1. 3:1 2. $\frac{2}{5}$ 3. 2:11 4. 18:1

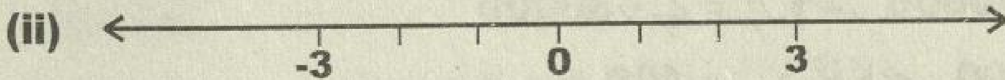
5. 120 کلومیٹر 6. 25آدمی 7. 90آدمی 8. 70=سائنس، 80=ریاضی

مشق 3.1

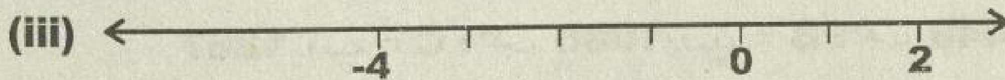
1. (i)



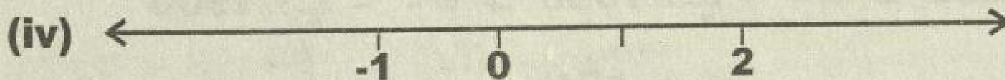
(ii)



(iii)



(iv)



2. (i) 5 (ii) 3 (iii) 0 (iv) 16

3. (i) سطح سمندر سے 40 میٹر اوپر (ii) 450

4. (i) -15° (ii) 10°

5. (i) $-5 < 5$ (ii) $2 < 7$ (iii) $-15 < -4$

6. (i) < (ii) < (iii) < (iv) <

7. (i) − 80,−50,−5,−30 (ii) − 2,−1,1,3,400

8. (i) سنیچر (ii) سنیچر (iii) سنیچر کے علاوہ تمام دن

9. (i) لیبیا اور آئرلینڈ (ii) جاپان اور میکسیکو (iii) پاکستان، جاپان، کینیا، لیبیا (iv) میکسیکو، آئرلینڈ، چلی

مشق 3.2

1. (i) 4 (ii) -1 (iii) -10 (iv) 1 (v) -1

2. (i) -2 (ii) 9 (iii) 7 (iv) -6 (v) -5 (vi) 3

3. (i) -5 (ii) 4 (iii) 3 (iv) -3 (v) -6 (vi) -15

4. (i) +18 (ii) -23 (iii) -6

متفرق مشق 3

1. (i) -4 0 +4 (ii) -5 0 +5

2. (i) 5 (ii) 17 (iii) 10 (iv) 8

3. 5 غلط سوال 4. 5 قدم شمال کی طرف 5. 18 طلباء کا کلاس میں حاضر ہونا

6. (i) < (ii) > (iii) > (iv) > (v) < (vi) >

مشق 4.1

1. (i) 6% (ii) 36% (iii) 75%

2. (i) 1:4 (ii) 31:100 (iii) 1:100 (iv) 1:40 (v) 13:200

3. (i) 72% (ii) 19% (iii) 80% (iv) 2% (v) 950%

4. 95%

5. (i) 70% (ii) 50% (iii) 75% (iv) 125% (v) 100%

مشق 4.2

1. $\frac{1}{4}$ 2. $\frac{1}{100}$ 3. $\frac{33}{100}$ 4. $\frac{81}{500}$ 5. $\frac{33}{400}$

6. $\frac{41}{200}$ 7. 1.75 8. 1.15 9. 2.25 10. 0.3

مشق 4.3

1. (i) 2.5% (ii) 4% (iii) 85% (iv) 10.5% (v) 1250%

2. (i) 12550 (ii) 25% (iii) 35% (iv) 32% (v) 125%

مشق 4.4

1. 5 2. 21 3. 62.5 4. 25 5. 562.5

6. 62.5 7. 180 8. 2.65 9. 4.84 10. 43

11. $\frac{4000}{3}$ 12. $\frac{4040}{3}$ 13. $\frac{18400}{13}$ 14. $\frac{6000}{7}$ 15. 50%

16. 66.66% 17. 60% 18. 35% 19. 2890ووٹ 20. 15750

21. 4000روپے 22. 200 کلومیٹر 23. 75% 24. 20%

مشق 4.5

1. (i) فرض (ii) $2\frac{1}{2}$% (iii) 90

2. 1250روپے 3. 2020روپے 4. 750روپے 5. 2250روپے

6. 67,020روپے 7. 86,730روپے 8. 35,000روپے

مشق 4.6

1. 16000روپے
2. 1020روپے
3. 5200روپے
4. 99روپے = قیمت، 11روپے = چھوٹ
5. 405روپے
6. 5000روپے

مشق 4.7

1. $13\frac{1}{3}\%$
2. 20%
3. $33\frac{1}{3}\%$
4. $12\frac{32}{39}\%$
5. 16%
6. 4%
7. $6\frac{2}{5}\%$
8. 100, 25%
9. 25%
10. 150روپے

مشق 4.8

1. 49200روپے
2. 8292.60روپے
3. 337500روپے
4. 87500روپے
5. 112500روپے

متفرق مشق 4

1. (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $1\frac{1}{25}$ (iii) $12\frac{1}{4}$ (iv) $\frac{1}{8}$
2. (i) 1220% (ii) 625% (iii) $47\frac{3}{51}\%$ (iv) $\frac{1}{2}\%$
3. (i) 1025% (ii) $102\frac{1}{2}\%$ (iii) 10250%
4. (i) 1.255 (ii) 14.5 (iii) 0.125
5. 0.785
6. (i) $13\frac{1}{2}$ (ii) $87\frac{1}{2}$ (iii) $306\frac{1}{4}$ (iv) $93\frac{3}{5}$
7. (i) 75% (ii) 25%

8. 277.88روپے 9. 20% 10. نفع فیصد = 8%

مشق 5.1

1. 8°C 2. 17نمبر 3. 220روپے 4. 400روپے

5. 25,18,000روپے 6. 10روپے 7. 2.1 سینٹی میٹر 8. 2.84 کلوگرام

9. 24.10روپے 10. 100 11. 150 12. 270 13. 10 14. 15

مشق 5.2

1. (i) $3\frac{31}{44}$ (ii) 29.54 (iii) 122.82 (iv) 5

2. (i) 28 (ii) 4.3 (iii) 2.6

3. 20.5 4. $97\frac{1}{12}$ 5. $131\frac{13}{32}$

متفرق مشق 5

1. $23\frac{1}{85}$ 2. $86\frac{1}{29}$

3. (i) $5\frac{19}{33}$ (ii) $9\frac{178}{297}$ (iii) $150\frac{45}{86}$

4. (i) 33 (ii) 1.25

مشق 6.1

1. سینٹی میٹر $(a+b+c)$ 2. $x+y+2z$ 3. میٹر $(2a+2b)$

4. ایک رقمی $5a, 9x, 11q, -100$

دو رقمی $3b+6d,\ 5s+9t,\ 5m+8n$

تین رقمی $8a+6b+3c,\ 8x+9y+10z,\ 9e+19f+g$

مشق 6.2

1. (i) x (ii) x (iii) x اور y (iv) x اور y
(v) x اور y (vi) z اور y (vii) z اور y ، x (viii) z اور y ، x

2. (i) 2 (ii) -3 (iii) 1 (iv) $\frac{1}{2}$ (v) 9 (vi) 10

3. (i) -7 (ii) 5 (iii) 2 اور 3 (iv) 1، $\frac{1}{2}$ اور $-\frac{1}{4}$ (v) 1 اور 6، $\frac{1}{5}$

4. $5xy$ اور $2xy, 4xy, 140xy, 13xy, \frac{1}{5}xy, \frac{1}{4}xy, -2xy$ ہم قسم رقوم

$-7xz$ اور xz ہم قسم رقوم، xyz اور $-9xyz$ $\frac{1}{3}xyz$ ہم قسم رقوم

5.

سوال نمبر	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)
اساس	y	3	8	x	xy	a
قوت نما	7	3	9	7	6	2

6. (i) ایک (ii) تین (iii) تین (iv) چار (v) دو (vi) دو
(vii) تین (viii) دو (ix) تین (x) چار (xi) چار

7. (i) $5x$ (ii) $5x + 3$ (iii) 153 روپے

مشق 6.3

1. (i) $7x$ (ii) $12a$ (iii) $19ab$ (iv) $16xy$

2. (i) $11x$ (ii) $6a$ (iii) $20x^2$ (iv) $17ab$

3. (i) $8a + 3b$ (ii) $11x + 9y + 9z$ (iii) $6ab + 4bc + 5ca$
(iv) $11c + 12d + 18f$

مشق 6.4

1. $3x$ 2. $3ab$ 3. $8z^2$ 4. $27xy$ 5. $-x+2y$

6. $13a+5b$ 7. $6a^2+b^2$ 8. $x^2+35xy+12y^2$ 9. $-10f-10g-20$

مشق 6.5

1. $10x^2$ 2. $12x^2y$ 3. $50x^2y^2$ 4. $81x^2y^4$

5. $84a^2b$ 6. x^3y+5x^3 7. $2a^2b+2ab+2b$

8. $abxy+abyz$ 9. $8mx^2+40mxy+24m$ 10. $6xy+2y$

11. $6ac+15c$ 12. $mna^2+mnab+mnb^2$ 13. $x^2yz+2xyz+yz$

مشق 6.6

1. (i) 5^5 (ii) 8^2 (iii) 15^2 (iv) a^3

2. (i) $12\times12\times12$ (ii) $2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2$ (iii) $a\times a\times a$

(iv) $x\times x\times x\times x\times x\times x$

3. (ii) 4^{11} (ii) 2^{12} (iii) 8^7 (iv) a^8 (v) b^{20} (vi) x^{17}

4. (i) $5^9\times4^5$ (ii) $a^8\times b^9$ (iii) $18a^5b^8$ (iv) $56x^6y^9$ (v) $28x^7y^8$

5. $(2x)^2$ میں اساس $2x$ ہے اور $2x^2$ میں اساس x ہے 6. x^{15}

مشق 6.7

1. 8^5 2. 6^3 3. a^3 4. x^5 5. a^5b^4

6. $\frac{1}{4}ab^2$ 7. $7x^4y^8$ 8. q^8 9. x^{11} 10. a^4

11. x 12. 1

مشق 6.8

1. $2x^2+8x$　　2. $3x^3+6x^2-3x$　　3. $y^3-\frac{3}{2}y^2$

4. $x^2-x^2y-xz^2$　　5. $a^2b+abc+acd$　　6. $y^5-2y^4+3y^3$

7. $x+3-\frac{1}{x}$　　8. $3x-9+\frac{6}{x}$　　9. $2-\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2}$

10. $x-1+\frac{xyz}{2}$　　11. $\frac{xy}{2}+\frac{3x^2}{z}+\frac{9x}{z}$　　12. $\frac{x}{6}+x^2$

مشق 6.9

1. (i) غلط　(ii) درست　(iii) درست　(iv) غلط

2. (i) 9　(ii) 3　(iii) -6　(iv) 4　(v) 3　(vi) 6

3. (i) $x-2$　(ii) 10　4. $3x-5=22$, 9　5. 6

6. (i) کھلا جملہ　(ii) کھلا جملہ　(vi) کھلا جملہ　(ix) کھلا جملہ

7. (i) جملہ　(ii) اظہاریہ　(iii) اظہاریہ　(iv) جملہ
(v) اظہاریہ　(vi) جملہ　(vii) جملہ　(viii) جملہ

8. (i) غلط　(ii) غلط　(iii) درست　(iv) درست
(v) درست　(vi) غلط　(vii) غلط　(viii) درست

مشق 6.10

1. $x=15$　2. $y=7$　3. $x=6$　4. $y=2$　5. $x=10$

6. $y=18$　7. $t=3$　8. $y=13$　9. $t=4$　10. $x=12$

11. $x=8$　12. $x=4$　13. $y=6$　14. $x=-3$　15. $x=99$

16. $x=5$　17. $x=16$　18. $x=\frac{3}{2}$

مشق 6.11

1. 19　2. 36　3. 3　4. 5　5. 9　6. 1 سال　7. 77 اور 78

متفرق مشق 6

1. (i) $18x$　(ii) $5a+9b$　(iii) $3x+5$　(iv) $2y-\frac{2}{3}$

3. (i) دو　(ii) ایک　(iii) تین　(iv) چار　(v) تین

4.

	قوت نما	عددی سر	اساس
(i)	4	5	x
(ii)	5	$-\frac{3}{4}$	y
(iii)	12	12	xyz

5. (i) دوسرا　(ii) پہلا　(iii) دوسرا　(iv) چھٹا

6. سادہ اظہاریے : $7, 2x, xyz$

مرکب اظہاریے : $3a+b, 3x-6y+4z, 5x-14, 4a-b, 6x+4xy+x-y$

8. (i) $\frac{20}{3}xy$　(ii) $\frac{63}{5}ab$

9. $x+4y$　10. $x^2-12xy-14y^2$　11. $6x^3y$

12. $3x^2yz-9xyz+\frac{9}{4}yz$　13. (i) $\left(\frac{3}{5}\right)^3$　(ii) a^2bc

14. (i) 4^9　(ii) $\frac{5}{3}b$　(iii) a^4b^3　(iv) x^5　(v) $\frac{1}{p}$　(vi) p^3

15. (i) غلط　(ii) غلط　(iii) درست

16. (i) 21　(ii) 13　(iii) 6　(iv) 3　(v) $\frac{7}{2}$　(vi) 7

17. 1

18. (i) $x = 6$ (ii) $x = -6$ (iii) $x = \frac{1}{2}$ (iv) $y = \frac{1}{3}$ (v) $y = \frac{3}{2}$ (vi) $a = 8$

19. (i) $x = \frac{4}{3}$ (ii) $y = -\frac{7}{12}$ 20. 50 اور 51

مشق 7.1

1. کمرہ نمبر 1 کی چاروں دیواروں کا رقبہ = 60 مربع میٹر

کمرہ نمبر 2 کی چاروں دیواروں کا رقبہ = 120 مربع میٹر

کمرہ نمبر 3 کی چاروں دیواروں کا رقبہ = 105 مربع میٹر

2. 30 مربع میٹر 3. 0.96 مربع میٹر 4. 2130 روپے 5. 15000 روپے

6. 529 روپے 7. 9056.20 روپے 8. 3750 روپے

مشق 7.2

1. 12 مربع میٹر 2. (i) 15.75 مربع میٹر (ii) 780 مربع ملی میٹر (iii) 450 مربع میٹر

3. 5 سم 4. 15 سم 5. 15 سم 6. (i) 108 مربع میٹر (ii) 360 مربع میٹر

مشق 7.3

1. 14 مربع سینٹی میٹر 2. 32 مربع سینٹی میٹر 3. 24 مربع سینٹی میٹر

4. (i) 48 مربع سم (ii) 28 مربع سم (iii) 7.5 مربع سم 5. 2600 مربع میٹر

مشق 7.4

1. (i) 240 مکعب سم (ii) 15000 مکعب سم (iii) 448 مکعب سم (iv) 8000 مکعب سم

2. 216 مکعب سم 3. 308 مکعب سم 4. 210 مکعب میٹر 5. 343 مکعب سم

6. (i) 27 مکعب سم (ii) 729 مکعب سم (iii) 512 مکعب ملی میٹر

7. (i) 8 مکعب سم (ii) 2 سینٹی میٹر 8. 1200 روپے

متفرق مشق 7

2. 63 مربع میٹر 3. (i) 24.5 مربع میٹر (ii) 39.95 مربع میٹر (iii) 61.75 مربع میٹر

4. (i) 96 مربع سم (ii) 7.875 مربع سم (iii) 875 مربع سم

5. (i) 720 مکعب سم (ii) 1193.0625 مکعب سم (iii) 3342.1875 مکعب سم

6. (i) 12.167 مکعب سم (ii) 190.109375 مکعب سم

(iii) 1749.690125 مکعب سم (iv) 350.402625 مکعب سم

(v) 328509 مکعب سم (vi) 421875 مکعب سم

مشق 8.1

1. (i) رضوان (ii) سدرہ (iii) رضوان (iv) سدرہ (v) 180°, 60°, 120°

2. (i) سائنس (ii) اسلامیات (iii) سائنس (iv) 100°, 60°, 90°, 110°

3. (i) 30 طالب علم (ii) 70 طالب علم (iii) 12 سال سے بڑے (iv) 40 طلباء

(v) 100 طلباء (vi) 30% (vii) 70%

4. (i) 180 طلباء (ii) 180 (iii) کلاس I اور II میں (iv) 90 طلباء

(v)

جماعت	I	II	III	IV	V
حاضری	180	180	150	120	90

5. (i) 6000 روپے (ii) 6000 روپے (iii) 8000 روپے (iv) 4000 روپے

(v) 8000 روپے (vi) 4000 روپے

(vii)

ماہ	جنوری	فروری	مارچ	اپریل
آمدنی (روپے)	6000	6000	8000	4000

فرہنگ اصطلاحات

اساس: a^n میں a کو اساس کہتے ہیں۔

اوزانی اوسط: $\overline{X}_w = \frac{\sum wx}{\sum w}$ = اوزانی اوسط

جبکہ $\sum w$ سے مراد اوزانی مجموعہ ہے اور $\sum wx$ اوزان اور ان کی قیمتوں کے حاصل ضرب کا مجموعہ ہے۔

اوسط: اوسط = مقداروں کا مجموعہ / مقداروں کی تعداد

پائی گراف: دائرے کی شکل کا خاکہ جسے مختلف قدریں ظاہر کرنے کے لیے حصوں میں تقسیم کر لیا جاتا ہے۔

تناسب: دو نسبتوں کی برابری کو تناسب کہتے ہیں۔ علامت '::'

تناسب میں چار رقوم ہوتی ہیں۔ پہلی اور چوتھی رقم کو طرفین جبکہ دوسری اور تیسری رقم کو وسطین کہتے ہیں۔

تناسب راست: دو مقداروں کا ایسا تعلق جس میں ایک مقدار کے بڑھنے یا کم ہونے سے دوسری مقدار بھی اسی نسبت سے بڑھے یا کم ہو جائے۔

تناسب معکوس: دو مقداروں کا ایسا تعلق جس میں ایک مقدار کے بڑھنے یا کم ہونے سے دوسری مقدار میں اسی نسبت سے کمی یا اضافہ ہو جائے۔

ٹیکس: ذاتی جائیداد، آمدنی، کاروں، تمباکو وغیرہ پر حکومت کچھ رقم عائد کرتی ہے جو کہ ٹیکس کہلاتا ہے۔

جملہ: اعداد اور رقموں کا ایسا مجموعہ جس میں مکمل مفہوم اور کوئی تعلق پایا جائے۔ جملے تین قسم کے ہوتے ہیں۔

۱۔ درست جملہ، ۲۔ غلط جملہ، ۳۔ کھلا جملہ

چار دیواری کا رقبہ: اونچائی × (چوڑائی + لمبائی) 2 = چار دیواری کا رقبہ

خطوط وحدانی: علامات ——، ( )، { }، اور [ ]

رداس: دائرے کے کسی نقطہ اور اس کے مرکز کا درمیانی فاصلہ

زکوٰۃ: اسلام کے پانچ بنیادی ارکان میں سے ایک رکن۔ اس کی شرح $2\frac{1}{2}\%$ یا مال و دولت کا 40 واں حصہ ہے۔

سمتی اعداد: صفر، مثبت اعداد، منفی اعداد کو سمتی اعداد کہتے ہیں۔

ضرب کی تقسیمی خاصیت بلحاظ جمع و تفریق: اگر a، b اور c کوئی سے تین سمتی اعداد ہوں تو تقسیمی خاصیت کے مطابق:

$$a \times (b \pm c) = a \times b \pm b \times c$$

عمودی ناصف: ایسا ناصف جو دیئے ہوئے قطعہ خط پر زاویہ قائمہ بنائے۔

فیصد: فیصد ایک خاص قسم کی نسبت ہے جس میں **100** کے کچھ حصوں کی تعداد کا **100** حصوں سے مقابلہ کیا جاتا ہے۔ علامت **%**

قطر: ایسا وتر جو دائرے کے مرکز سے گزرے۔

قطعہ دائرہ: دائرے کے دو رداسی قطعات کا درمیانی حصہ۔

قوانین قوت نما: $x^m . x^n = x^{m+n}$ اور $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$ جبکہ m اور n قدرتی اعداد ہیں۔

قوت: a^n کو a کی n ویں قوت کہتے ہیں۔

قوس: دائرے کے محیط کا حصہ۔

کسر اعشاریہ: ایسی کسر جس کا مخرج 10، 100 وغیرہ ہو اور نقطہ اعشاریہ کے ساتھ لکھی گئی ہو۔ مثلاً $0.12 = \frac{12}{100}$

کسور عام: $\frac{1}{2}$، $\frac{1}{3}$، $\frac{5}{6}$ وغیرہ کی صورت میں لکھے گئے اعداد کو کسور عام کہتے ہیں۔ کسر عام میں افقی خط کے اوپر والے عدد کو شمار کنندہ اور نیچے والے عدد کو نسب نما یا مخرج کہتے ہیں۔

کمیشن: جب کوئی شخص کسی فرد کے ذریعہ کوئی چیز خریدتا ہے تو اس شخص کو کچھ رقم ادا کرنی ہوتی ہے جو کہ کمیشن کہلاتی ہے۔

متغیر: انگریزی حرف تہجی میں سے کوئی ایک حرف جو دیئے ہوئے اعداد میں سے کسی بھی عدد کو ظاہر کرتا ہو۔

متوازی الاضلاع کا رقبہ: ارتفاع × قاعدہ = متوازی الاضلاع کا رقبہ

مثلث کا رقبہ: $\frac{\text{ارتفاع × قاعدہ}}{2}$ = مثلث کا رقبہ

مساوات: ایسا جملہ جو اظہاریوں کے برابر ہونے کے تعلق کو ظاہر کرے۔

مستقل: مستقل ایک قدرتی عدد ہوتا ہے۔

مکعب کا حجم: ضلع کی لمبائی × ضلع کی لمبائی × ضلع کی لمبائی = مکعب کا حجم

مکعب نما کا حجم: طول × عرض × اونچائی = مکعب نما کا حجم

نسبت: علامت (:)، دو مقداروں کے مقابلہ کے لیے نسبت کا لفظ استعمال کرتے ہیں۔

وتر: دائرے کے کسی دو نقاط کو ملانے والا قطعہ خط۔

وراثت: کسی مسلمان مرد یا عورت کی وفات کے بعد اس کی چھوڑی ہوئی جائیداد یا مال۔

[illegible]

تیار کردہ: مڈل اسکول برائے ... اسلام آباد

منظور شدہ: قومی کمیٹی برائے جائزہ کتب نصاب، وفاقی وزارتِ تعلیم (شعبہ نصاب)، حکومت پاکستان، اسلام آباد۔

نظر ثانی کردہ: سندھ ٹیکسٹ بک بورڈ، جام شورو

بطور نصابی کتاب برائے مدارس صوبہ سندھ۔

قومی ترانہ

پاک سرزمین شاد باد کشورِ حسین شاد باد
تُو نشانِ عزمِ عالی شان ارضِ پاکستان
مرکزِ یقین شاد باد

پاک سرزمین کا نظام قُوّتِ اُخوّتِ عوام
قوم، مُلک، سَلطنت پائندہ تابندہ باد
شاد باد منزلِ مُراد

پرچمِ ستارہ و ہلال رہبرِ ترقّی و کمال
ترجمانِ ماضی، شانِ حال جانِ اِستقبال
سایۂ خُدائے ذُوالجلال

سلسلہ وار نمبر 17402

پبلشر کوڈ نمبر	86

ماہ و سالِ اشاعت	April-2004
ایڈیشن	First
تعداد	25,000
قیمت	27.80